
НАУЧНОЕ ОБОЗРЕНИЕ • ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ НАУКИ № 4
ЧАСТЬ 3
SCIENTIFIC REVIEW • PEDAGOGICAL SCIENCES 2019

*Журнал Научное обозрение.
Педагогические науки
зарегистрирован Федеральной службой
по надзору в сфере связи, информационных
технологий и массовых коммуникаций.
Свидетельство ПИ № ФС77-57475
ISSN 2500-3402*

Импакт-фактор РИНЦ (двухлетний) = 0,646

*Учредитель, издательство и редакция:
НИИЦ «Академия Естествознания»,
Почтовый адрес: 105037, г. Москва, а/я 47
Адрес редакции: 410056, г. Саратов,
ул. им. Чапаева В.И., д. 56*

**Founder, publisher and edition:
SPC Academy of Natural History,
Post address: 105037, Moscow, p.o. box 47
Editorial address: 410056, Saratov,
V.I. Chapaev Street, 56**

*Подписано в печать 28.08.2019
Дата выхода номера 28.09.2019
Формат 60×90 1/8*

*Типография
НИИЦ «Академия Естествознания»,
410035, г. Саратов, ул. Мамонтовой, д. 5*

**Signed in print 28.08.2019
Release date 28.09.2019
Format 60×90 8.1**

**Typography
SPC «Academy Of Natural History»
410035, Russia, Saratov, 5 Mamontovoi str.**

*Технический редактор Байгузова Л.М.
Корректор Галенкина Е.С.*

*Тираж 1000 экз.
Распространение по свободной цене
Заказ НО 2019/4
© НИИЦ «Академия Естествознания»*

Журнал «НАУЧНОЕ ОБОЗРЕНИЕ» выходил с 1894 по 1903 год в издательстве П.П. Сойкина. Главным редактором журнала был Михаил Михайлович Филиппов. В журнале публиковались работы Ленина, Плеханова, Циолковского, Менделеева, Бехтерева, Лесгафта и др.

Journal «Scientific Review» published from 1894 to 1903. P.P. Soykin was the publisher. Mikhail Filippov was the Editor in Chief. The journal published works of Lenin, Plekhanov, Tsiolkovsky, Mendeleev, Bekhterev, Lesgaft etc.



М.М. Филиппов (M.M. Philippov)

С 2014 года издание журнала возобновлено
Академией Естествознания

**From 2014 edition of the journal resumed
by Academy of Natural History**

Главный редактор: Н.Ю. Стукова
Editor in Chief: N.Yu. Stukova

Редакционная коллегия (Editorial Board)

**А.Н. Курзанов (A.N. Kurzanov)
М.Н. Бизенкова (M.N. Bizenkova)
Н.Е. Старчикова (N.E. Starchikova)
Т.В. Шнуровозова (T.V. Shnurovozova)**

НАУЧНОЕ ОБОЗРЕНИЕ • ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ НАУКИ

SCIENTIFIC REVIEW • PEDAGOGICAL SCIENCES

www.science-education.ru

2019 г.



***В журнале представлены научные обзоры,
литературные обзоры диссертаций,
статьи проблемного и научно-практического
характера***

The issue contains scientific reviews, literary dissertation reviews,
problem and practical scientific articles

СОДЕРЖАНИЕ

АРХИТЕКТУРА. МАТЕРИАЛЫ XI МЕЖДУНАРОДНОЙ СТУДЕНЧЕСКОЙ НАУЧНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ «СТУДЕНЧЕСКИЙ НАУЧНЫЙ ФОРУМ 2019»

КАРТИНЫ ПЕЙЗАЖНОГО ПАРКА В ЯПОНСКИХ САДАХ, КАК ЖИВОПИСНЫЕ ПОЛОТНА <i>Груздева Н.Д., Юртаева Н.М.</i>	7
ВОЗМОЖНОСТИ ОЗЕЛЕНЕНИЯ ВЕРТИКАЛЬНЫХ И НАКЛОННЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ИНЖЕНЕРНЫХ СООРУЖЕНИЙ И СОЗДАНИЕ 3D-МОДЕЛЕЙ ЦВЕТНИКОВ <i>Денискина И.С., Юртаева Н.М.</i>	11
ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЛИСТОСТЕБЕЛЬНЫХ МХОВ В ЯПОНСКОМ САДУ В СРЕДНЕЙ ПОЛОСЕ РОССИИ <i>Курочкина А.С., Юртаева Н.М.</i>	15

ГЕОГРАФИЧЕСКИЕ НАУКИ. МАТЕРИАЛЫ XI МЕЖДУНАРОДНОЙ СТУДЕНЧЕСКОЙ НАУЧНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ «СТУДЕНЧЕСКИЙ НАУЧНЫЙ ФОРУМ 2019»

ИСТОРИЯ РАЗВИТИЯ ЭКОЛОГИЧЕСКОГО ЗАКОНОДАТЕЛЬСТВА В РОССИИ ДО НАЧАЛА XX ВЕКА <i>Федорук Н.А., Кирпичев И.А.</i>	19
--	----

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ. МАТЕРИАЛЫ XI МЕЖДУНАРОДНОЙ СТУДЕНЧЕСКОЙ НАУЧНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ «СТУДЕНЧЕСКИЙ НАУЧНЫЙ ФОРУМ 2019»

ПРИМЕНЕНИЕ МАТРИЦ В ЭКОНОМИКЕ <i>Авдеев Д.Д., Турченко В.В.</i>	22
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ МАГНИТНОЙ ЖИДКОСТИ В ОКРЕСТНОСТИ ПОЛОГО ЦИЛИНДРА <i>Алексеева И.И., Симоновский А.А.</i>	25
РЕАЛИЗАЦИЯ КЛАССИФИКАТОРА ПРОДУКТОВ ПИТАНИЯ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ <i>Бруевич Н.А.</i>	30
ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА В МОДЕЛИРОВАНИИ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ <i>Булатов Ю.Н.</i>	35
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ ГАЗОВОГО ПУЗЫРЬКА В ДВУХСЛОЙНОЙ СРЕДЕ МАГНИТНАЯ И НЕМАГНИТНАЯ ЖИДКОСТЬ <i>Ганиева М.А., Тимченко Д.А., Симоновский А.А.</i>	40
ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ В ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКЕ <i>Гулай Т.А., Полуянов И.А., Чеканов И.И.</i>	45
ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ПРИ РЕШЕНИИ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ <i>Дмитриенко В.В., Жукова В.А., Порублева Я.В.</i>	49
ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОРРЕЛЯЦИОННОГО АНАЛИЗА В ЭКОНОМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ <i>Долгополова А.Ф., Никитина С.Г., Яркова Я.А.</i>	52
ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ КОРРЕЛЯЦИИ В ЭКОНОМИЧЕСКИХ РАСЧЕТАХ <i>Долгополова А.Ф., Проказин А.А.</i>	56

ПРИМЕНЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ
В МОДЕЛИРОВАНИИ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Кукленкова А.А. 60

СОВРЕМЕННЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ ПРИМЕНЕНИЯ ЗАДАЧ КОМБИНАТОРИКИ

Ледовская Я.О., Щёкина Е.О. 64

РЕШЕНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Михоненко В.И., Эфендиев И.А. 68

НЕКОТОРЫЕ ПАРАДОКСЫ ФИЗИКИ

Поливанов А.А., Колесниченко В.С. 72

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОГО АНАЛИЗА ДАННЫХ В ЗАДАЧЕ
КЛАССИФИКАЦИИ ЭКСПЕРТНЫХ ОЦЕНОК КАЧЕСТВА ВИННЫХ ИЗДЕЛИЙ

Сидорина С.А., Воронова Л.И. 76

ТРИСЕКЦИЯ УГЛА КАК ХОРОШО ЗАБЫТЫЙ ИНСТРУМЕНТ
В СТРОИТЕЛЬСТВЕ И БЛАГОУСТРОЙСТВЕ ЗДАНИЙ

Храмовских М.А. 79

ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

Чигин Е.Е. 84

CONTENTS

ARCHITECTURE. PROCEEDINGS OF THE XI INTERNATIONAL STUDENT SCIENTIFIC CONFERENCE «STUDENT SCIENCE FORUM 2019»

PICTURES OF A LANDSCAPE PARK IN JAPANESE GARDENS, LIKE PAINTINGS	
<i>Gruzdeva N.D., Yurtaeva N.M.</i>	7
OPPORTUNITIES OF GREEN SPACES ARRANGEMENT ON THE VERTICAL AND INCLINED SURFACES OF ENGINEERING STRUCTURES AND CREATION OF 3D-MODELS OF FLOWERBEDS	
<i>Deniskina I.S., Yurtaeva N.M.</i>	11
USE OF CORMOPHYTE MOSSES IN JAPANESE GARDEN IN CENTRAL EUROPEAN PART OF RUSSIA	
<i>Kurochkina A.S., Yurtaeva N.M.</i>	15

GEOGRAPHICAL SCIENCES. PROCEEDINGS OF THE XI INTERNATIONAL STUDENT SCIENTIFIC CONFERENCE «STUDENT SCIENCE FORUM 2019»

HISTORY OF THE DEVELOPMENT OF ENVIRONMENTAL LEGISLATION IN RUSSIA BEFORE THE BEGINNING OF THE XX CENTURY	
<i>Fedoruk N.A., Kirpichev I.A.</i>	19

PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES. PROCEEDINGS OF THE XI INTERNATIONAL STUDENT SCIENTIFIC CONFERENCE «STUDENT SCIENCE FORUM 2019»

THE USE OF MATRICES IN THE ECONOMY	
<i>Avdeev D.D., Turchenko V.V.</i>	22
MATHEMATICAL AND EXPERIMENTAL MODELING OF THE FREE SURFACE OF MAGNETIC LIQUID IN THE VICINITY OF A FLOATING CYLINDER	
<i>Alekseeva I.I., Simonovsky A.Ya.</i>	25
REALIZATION OF FOOD CLASSIFIER USING MACHINE-LEARNING METHOD	
<i>Bruevich N.A.</i>	30
THE USE OF MATHEMATICAL ANALYSIS IN THE MODELING ECONOMIC PROCESSES	
<i>Bulatov Yu.N.</i>	35
MATHEMATICAL AND EXPERIMENTAL STUDY OF THE MOTION OF A GAS BUBBLE IN A TWO-LAYER MEDIUM MAGNETIC AND NONMAGNETIC LIQUID	
<i>Ganieva M.A., Timchenko D.A., Simonovskiy A.Ya.</i>	40
APPLICATION OF PROBABILITY THEORY IN ELECTRIC POWER INDUSTRY	
<i>Gulay T.A., Poluyanov I.A., Chekanov I.I.</i>	45
APPLICATION OF THEORY OF PROBABILITY IN SOLVING ECONOMIC PROBLEMS	
<i>Dmitrienko V.V., Zhukova V.A., Porubleva Ya.V.</i>	49
THE USE OF CORRELATION ANALYSIS IN ECONOMIC RESEARCH	
<i>Dolgopolova A.F., Nikitina S.G., Yarkova Y.A.</i>	52
ELEMENTS OF THE THEORY OF CORRELATION TO ECONOMIC CALCULATIONS	
<i>Dolgopolova A.F., Prokazin A.A.</i>	56
APPLICATION OF DIFFERENTIAL EQUATIONS IN THE MODELING ECONOMIC PROCESSES	
<i>Kuklenkova A.A.</i>	60

 MODERN TRENDS IN THE APPLICATION OF COMBINATORICS TASKS

Shchekina E.O., Ledovskaya I.O. 64

THE SOLUTION OF ECONOMIC TASKS WITH THE HELP OF PROBABILITY THEORY

Mihonenko V.I., Efendiyev I.A. 68

SOME PHYSICS PARADOXES

Polivanov A.A., Kolesnichenko V.S. 72

 APPLICATION OF DATA MINING METHODS IN THE TASK OF CLASSIFYING EXPERT
 QUALITY ASSESSMENTS OF WINE PRODUCTS

Sidorina S.A., Voronova L.I. 76

 ANGLE TRISECTION AS A WELL-FORGOTTEN TOOL IN CONSTRUCTION
 AND IMPROVEMENT OF BUILDINGS

Khromovskikh M.A. 79

DISCRETE MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE

Chigin E.E. 84

УДК 712.3

КАРТИНЫ ПЕЙЗАЖНОГО ПАРКА В ЯПОНСКИХ САДАХ, КАК ЖИВОПИСНЫЕ ПОЛОТНА

Груздева Н.Д., Юртаева Н.М.

ФГБОУ ВО ННГАСУ, Нижний Новгород, e-mail: nad.gruzdeva2017@yandex.ru

Парк в пейзажном стиле занимает особое место в истории и развитии ландшафтной архитектуры. Пространственные композиции такого парка, составляющие его структурную основу, строятся по основным принципам композиции и образуют своеобразные пейзажные картины. Такие картины вполне можно сравнить с живописными полотнами художников. Ярчайший пример пейзажного стиля – это японский сад. На примере садов Адачи можно проследить те самые композиционные приемы, благодаря которым пространство сада становится гармоничным и целостным произведением искусства. Каждый вид, открывающийся с точки прогулочного маршрута предстает перед посетителем как живая динамичная картина. Динамика панорам зависит и от времени суток, и от сезона года. Каждая пейзажная картина в садах Адачи неповторима и уникальна. Можно взглянуть на эти панорамы с художественной точки зрения, рассмотреть цветовой и световой решение, выделить центральные главные элементы, акценты, планы, кулисы и почти незаметные, но важные детали. Сюжеты картин сада напрямую связаны с японским мировоззрением, культурой и эстетикой, а также философским взглядом народа «страны восходящего солнца» на природу, полным символов и ассоциаций.

Ключевые слова: пейзажный стиль, картины пейзажного парка, природные картины, живописные полотна, японский сад, Япония, сады Адачи, смена времен года

PICTURES OF A LANDSCAPE PARK IN JAPANESE GARDENS, LIKE PAINTINGS

Gruzdeva N.D., Yurtaeva N.M.

Nizhny Novgorod State University of Architecture and Civil Engineering, Nizhny Novgorod,
e-mail: nad.gruzdeva2017@yandex.ru

The Park in landscape style has a special place in the history and development of landscape architecture. The spatial compositions of this Park, which form its structural basis, are based on the basic principles of composition and form a kind of landscape paintings. Such paintings can be compared with the paintings of artists. The brightest example of landscape style is a Japanese garden. On the example of the garden of Adachi can be traced the very compositional techniques by which the space of the garden becomes a harmonious and holistic work of art. Each view from the point of the walking route appears to the visitor as a living dynamic picture. The dynamics of panoramas depends on the time of day and the season of the year. Each landscape painting in the gardens of Adachi is unique and unique. You can look at these panoramas from an artistic point of view, to consider the color and light solution, to highlight the main Central elements, accents, plans, scenes and almost invisible, but important details. The subjects of the garden paintings are directly related to the Japanese worldview, culture and aesthetics, as well as the philosophical view of the people of the «land of the rising sun» on nature, full of symbols and associations.

Keywords: landscape style, pictures of landscape park, natural pictures, pictorial canvases, Japanese garden, Japan, Adachi gardens, change of seasons

Пространственные композиции парка в пейзажном стиле составляют его структурную основу. Расположенные в определенном порядке они, в свою очередь, образуют пейзажные картины, картины пространственные, которые можно рассматривать, созерцать и воспринимать, как настоящие живописные произведения искусства, написанные художниками. Поэтому такие пейзажные «картины» можно проанализировать с точки зрения художественного восприятия, то есть как живописные полотна.

Ярким примером воплощения пейзажного стиля в ландшафтном искусстве, как известно, является японский сад. А одним из известных японских садов является сад музея Адачи в Японии.

Идея столь гармоничного сосуществования искусства и созерцательного пейзажа, которое обостряет дилемму между матери-

альным и духовным, тленным и вечным, рукотворным и божественным, пришла в голову создателю галереи Адачи Зенко, который лично сформировал коллекцию редких хвойных и лиственных, а также литофитов – растений, произрастающих на камнях и скалах. Аналогия с высоким искусством в садах Адачи просматривается даже в концепции построения ландшафта: здесь всегда присутствуют графические мизансцены первого плана, чуть удаленного среднего плана и, конечно же, эффектная перспектива! По мнению автора, японский сад – это живопись «проживания» ... [1].

Основатель музея любил повторять, что «сад, говоря иными словами, это свиток, с нарисованным на нем живым пейзажем». По таким садам не ходят пешком, в них всё геометрически выверено, для их созерцания построены специальные павильоны с панорамными окнами и удобными скамьями, на

которых можно сидеть и любоваться гармонией природы. Эти сады называют пейзажными картинами, они не предназначены для пеших прогулок, ими любуются издалека, не спеша созерцая их и прислушиваясь к откликам в своей душе [2].

Попробуем взглянуть на пейзажи садов Адачи с художественной точки зрения. Для начала проанализируем цветочное и световое решение пейзажных видов. Зеленый, находящийся в середине цветового спектра, выступает как цвет физического равновесия [3]. Здесь он уравнивает темные и холодные цвета камней, гор и светлое небо. Камни, дающие множество, преимущественно, серых оттенков контрастируют с белыми «сухими» ручьями и реками, что повышает насыщенность всего пейзажа. Светло-голубое небо, синь далее над холмами успокаивают, умиротворяют. На фоне белых покрытий четко вырисовываются из-

ящные стволы деревьев, их ажурные кроны, резные листья.

Композиция каждого вида, каждой панорамы, наблюдаемой с маршрута движения или точки обзора, построена по всем законам гармонии и равновесия. В каждой такой «картине» есть центр композиции, несколько планов. Практически все виды как бы обрамлены кулисами, отсюда глубина пространства и целостность «картинки». Везде просматривается тесная связь с окружающим природным ландшафтом, причем эта граница размыта.

Интересно, что все в японском саду создано исключительно из природных, натуральных элементов, – камни, песок, вода, растения, и дополнено рукотворными деталями-акцентами: в глубине листвы виднеется чайный домик, одиноко стоит фонарь, как маяк, обозревающий гладь волн, неподалеку журчит вода в каменном колодце.

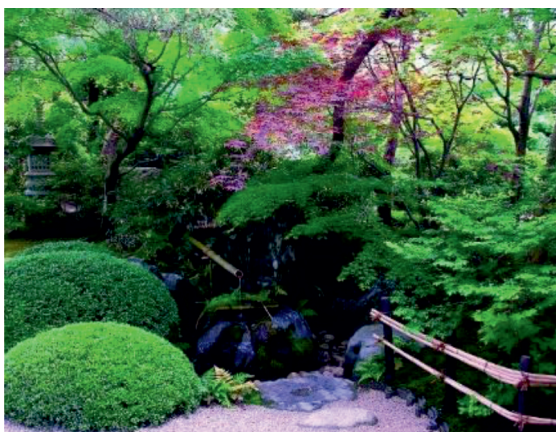


Рис. 1. Пейзажные картины садов Адачи [2]



*Рис. 2. Фрагмент Чайного сада
(сады Адачи, Япония) [4]*

Сюжеты «картин» сада напрямую связаны с японским мировоззрением, культурой и эстетикой, а также философским взглядом народа «страны восходящего солнца» на природу, полным символов и ассоциаций. Здесь каждый элемент сада играет не только декоративную роль, он также наделен индивидуальным значением, которое необходимо чувствовать и понимать, любая

деталь японского сада непременно должна занимать свое место [5].

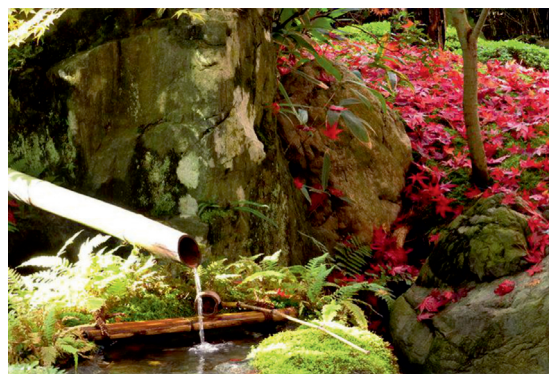


Рис. 3. Обязательный атрибут японского сада – каменный колодец [1]

На первый взгляд пейзажные картины садов Адачи кажутся статичными, неизменными, как живописные полотна, можно подумать, что в них остановилось время. Но это далеко не так. На самом деле это живые природные картины, которые меняются в зависимости от времени года.

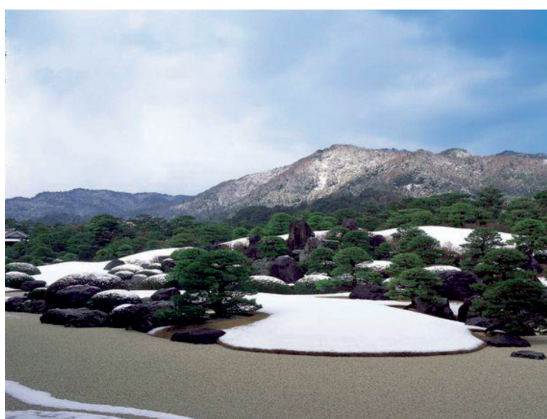


Рис. 4. Смена времен года в пейзажных картинах садов Адачи [4]

Так весной нежная зелень покрывает холмы и ветки деревьев и кустарников, цветут слива, сакура, форзиции, хеномелис японский, азалии, рододендроны, внося разнообразие в пейзажную картину. Сухой пейзажный сад с каменным мостом на переднем плане весной оживляется, будто случайно брошенными художником свежими мазками – сложной формы клумбами с нежной цветущей азалией, за ними посетители видят шумный, разлившийся от тающих вод водопад.

Летом в зеркальном водоеме танцуют томное болеро золотистые карпы, образуя в воде кружевные узоры. В садах не видно ярких красок, в гамме садов в это время года преобладают зеленые, коричневые, серые, песочные тона.

Осенью вновь появляются краски: клены расцвечивают пейзаж неожиданными вспылками красного, пурпурного, желтого.

С приходом зимы картина снова меняется. Сады, слегка припорошенные снегом, напоминают полотна Ёкоямы Тайкана. Пятна белого снега на гравийном покрытии, на крышах павильонов и фонарях напоминают о тишине и спокойствии в это время года. Смена времен года в пейзажных картинах садов Адачи подчеркивает течение времени, его неизменный бег.

Все это представляет неповторимый особенный стиль японского сада, составленный из эстетичных пейзажей, созданных для неторопливого созерцания, любования гармоничным сочетанием творений природы и человека.

Таким образом, можно сделать вывод о том, что сад в пейзажном стиле действительно может рассматриваться с художественной точки зрения как живописная картина или, точнее, как ряд живописных картин, сменяющих одна другую. Созерцание таких картин подобно посещению картинной галереи, но только это живые картины в отличие от статичных полотен живописи.

Список литературы

1. Кайдалова Е.В. Ландшафтная архитектура: учеб.-метод. пос. Н. Новгород: ННГАСУ, 2016. – 67 с.
2. Трофимов А. Удивительный сад Японии [Электронный ресурс]: Режим доступа: <https://asaratov.livejournal.com/1370775.html> (дата обращения: 15.02.2019).
3. Проект недели: Сад как картина в художественном музее Адачи. [Электронный ресурс]: Режим доступа: <https://www.houzz.ru/ideabooks/94539898/list/proekt-nedeli-sad-kak-kartina-v-hudozhestvennom-muzee-adachi> (дата обращения: 15.02.2019).
4. История создания и дизайн японского сада [Электронный ресурс]: Режим доступа: <https://ekosad-vsem.ru/sad-v-yaponskom-stile> (дата обращения: 15.02.2019).
5. Сады Адачи. Самый прекрасный пейзажный сад Японии [Электронный ресурс]: Режим доступа: <http://www.abitant.com/posts/sady-adachi> (дата обращения: 15.02.2019).

УДК 712.3

ВОЗМОЖНОСТИ ОЗЕЛЕНЕНИЯ ВЕРТИКАЛЬНЫХ И НАКЛОННЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ИНЖЕНЕРНЫХ СООРУЖЕНИЙ И СОЗДАНИЕ 3D-МОДЕЛЕЙ ЦВЕТНИКОВ

Денискина И.С., Юртаева Н.М.

ФГБОУ ВО ННГАСУ, Нижний Новгород, e-mail: deniskina.ir@yandex.ru

Одна из острых экологических проблем современного города – нехватка площадей зеленых насаждений. При росте городов и увеличении воздействия негативно влияющих на экологию факторов (увеличение вредных выбросов в связи с ростом числа автотранспорта, уплотнение застройки) площадь озеленения в крупных городах демонстрирует устойчивую тенденцию к уменьшению. Применение «вертикальных садов» подчас является единственным возможным способом озеленения, поскольку они занимают вертикальные поверхности, экономя городское пространство. Поэтому озеленение вертикальных поверхностей инженерных сооружений (противопожарных подпорных стен, габионных конструкций, бетонных набережных рек, откосов железных и автомобильных дорог и других конструкций) является актуальной и достаточно острой проблемой на сегодняшний день. Авторами статьи дан анализ возможностей создания подпорных стен из железобетонных блоков, а также рассмотрены условия их озеленения с помощью декоративных однолетников и природных видов. Также впервые были предложены 3D-модели при озеленении подпорных стен и набережных с помощью дикорастущих видов из луговых сообществ, что позволит создать не только декоративный эффект, но и улучшить экологическую ситуацию в современных городах Средней полосы России.

Ключевые слова: инженерные сооружения, подпорные стены, набережные, железо-бетонные модули, вертикальное озеленение, однолетники, многолетники, газонные травы, дикорастущие виды, 3D-модели цветников

OPPORTUNITIES OF GREEN SPACES ARRANGEMENT ON THE VERTICAL AND INCLINED SURFACES OF ENGINEERING STRUCTURES AND CREATION OF 3D-MODELS OF FLOWERBEDS

Deniskina I.S., Yurtaeva N.M.

NNGASU, Nizhny Novgorod, e-mail: deniskina.ir@yandex.ru

One of the acute environmental problems of the modern city is the lack of green areas. With the growth of cities and an increase in the impact of environmental factors (increase in emissions due to the increase in the number of vehicles, compaction of buildings), the area of landscaping in large cities shows a steady downward trend. The use of «vertical gardens» is sometimes the only possible way of landscaping, as they occupy vertical surfaces, saving urban space. Therefore, landscaping of vertical surfaces of engineering structures (anti-landslide retaining walls, gabion structures, concrete river embankments, slopes of Railways and roads and other structures) is an urgent and rather acute problem today. The authors of the article analyze the possibility of creation of back walls made of reinforced concrete blocks. Secondly, it considers conditions of their verdurization with the help of ornamental annuals and natural species. Finally, for the first time the authors suggest using 3D models in order to arrange green spaces on back walls and embankments with the help of wild species from poium, which will create not only a decorative effect, but also improve the environmental situation in modern cities of Central Russia.

Keywords: engineering structures, back walls, embankments, reinforced concrete modules, vertical green spaces arrangement, annuals, perennials, lawn herbage, wild species, 3D models of flowerbeds

Инженерные сооружения, имеющие вертикальные (подпорные стены) и наклонные (набережные) поверхности могут быть декорированы разнообразными растениями, если для последних будут созданы подходящие условия для роста и развития. Ранее нами была показана возможность использования модулей из железобетона различной конфигурации и объема для сооружения из них вертикальных подпорных стен при создании ландшафтных композиций в условиях с выраженным рельефом. В такие модули можно высаживать разнообразные растения – карликовые кустарники и хвойные, многолетники средней высоты и почвопокровные растения при условии зимнего укрытия растений, а также создавать эффектные композиции из низкорослых однолетников и ампельных

форм. Они могут быть выполнены из однолетников в монохромной или контрастной цветовой гамме [1].

Нами были предложены две 3D-модели цветников из декоративных однолетников, созданных на основе серповидных железобетонных модулей, образующих подпорную стенку, в которые добавлен питательный грунт.

На протяжении ряда лет нами проводились исследования по изучению ассортимента дикорастущих растений, покрывающих обнаженные и обрастающие склоны, а также некоторые виды инженерных сооружений, такие, как подпорные стенки из блоков известняка для укрепления склонов, откосы набережных, формирующих террасы на правом берегу реки Оки на территории Нижнего

Новгорода, которые в процессе длительной эксплуатации и частичного разрушения постепенно обрастали многолетними видами дикорастущих растений местной флоры – деревьями, кустарниками, многолетними травянистыми растениями [3].

В течение всего сезона с мая по август 2018 года проводились дополнительные исследования видового состава на подпорной стене из известняковых блоков, а также на наклонных откосах набережных правобережной стороны Оки на территории

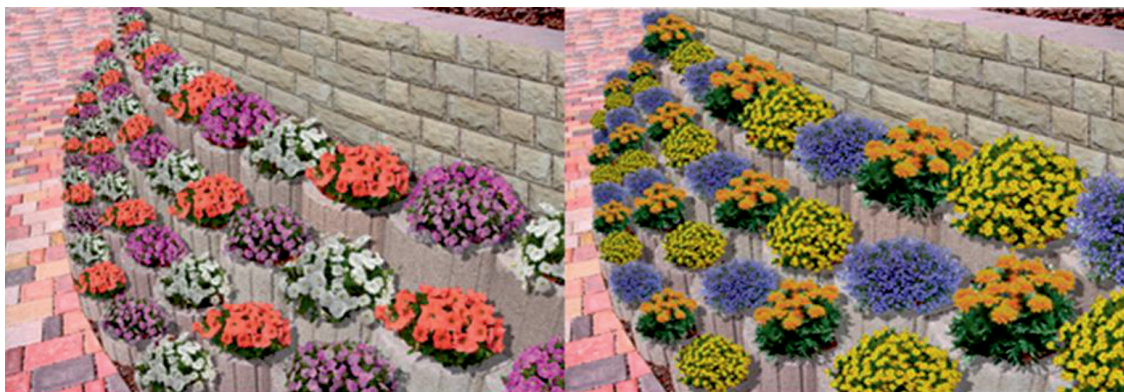


Рис. 1. 3D-модели подпорной стенки из серповидных модулей с однолетниками:
(слева) – крупноцветковые и многоцветковые сорта петунии;
(справа) – лобелии эринус, тагетиса тонколистного, т. прямостоячего [2]

В результате этих исследований был выявлен видовой состав растений, определена частично их сезонная декоративность на протяжении вегетационного периода, выбраны наиболее перспективные в декоративном отношении и в плане устойчивости к экстремальным условиям виды травянистых растений. Всего было выбрано около 24 видов природных декоративно-цветущих растений [4]. Это позволило разработать 3D-модель подпорной стенки на основе железобетонных модулей с питательным грунтом, где могут быть высажены природные виды многолетних растений, которые способны выдерживать зимовку на вертикальной стене различной высоты в условиях Средней полосы России [2].



Рис. 2. 3D-модель цветника на основе железобетонных модулей с высаженными в них дикорастущими растениями из луговых сообществ

Нижнего Новгорода. Эти исследования позволили более точно выявить видовой состав растений, которыми обрастали подпорная стена и исследуемый участок набережной, определить наиболее часто встречающиеся виды травянистых многолетников, найти пик сезонной декоративности встречающихся видов, их количественный состав. Проведенные исследования также позволили выявить различия в видовом составе растений, обрастающих стенку из известняковых блоков и наклонные откосы набережных. Более детально результаты исследований будут представлены позже.

Однако уже сейчас на основе проведенных исследований появилась возможность сделать предварительные выводы и разработать 3D-модели озеленения подобных объектов. Подпорные стенки из известняковых блоков имеют технологические карманы, где скапливается пыль и органика, таким образом появляется питательный субстрат, на котором растут и развиваются растения из близлежащих луговых сообществ. Также в процессе частичного разрушения стены и выпадения некоторых блоков создаются условия для заселения подпорной стены растениями. Если изначально использовать встроенные в стену технологические карманы для посадки растений, то там смогут развиваться различные виды местной флоры. Они будут не только декоративны в течение теплого времени года, но и способны к перезимовке без укрытия

в экстремальных условиях Средней полосы России. Нами была предложена 3D-модель озеленения подпорной стенки из известняковых блоков в двух вариантах. С помощью злаков, семена которых высеваются в технологические карманы стенки, и вариант стены, где в карманы посажены декоративно-цветущие многолетние растения. Внешний вид подпорной стенки из известняковых блоков существенно преобразуется за счет высаженных растений (рис. 3).

Были также обследованы наклонные откосы набережных реки Оки, укрепленные железобетонными плитами. В щелях между плитами успешно развивались, цвели и давали семена и плоды около 64 вида, из которых: древесно-кустарниковых пород – 16 видов, травянистых декоративно-цветущих многолетников – 42, разнообразных злаков – 6. Видовой состав растений существенно отличался от такового на подпорных стенах из известняковых блоков, что связано с более высокой влажностью почвы вблизи воды. Эти растения также успешно развивались в трещинах между плитами, цвели и давали семена. В зимнее время они были частично укрыты снежным покровом, поскольку угол наклона откосов составлял от 45 до 50 градусов, что создавало более благоприятные условия для перезимовки растений по сравнению с подпорными стенами.

В настоящее время используются различные железобетонные конструкции для укрепления береговой линии и создания набережных рек. Это железобетонные плиты разных размеров, а также гибкие маты из небольших жестких элементов. Нами было предложено несколько вариантов озеленения наклонных откосов набережных. Так при использовании промышленных плит укрепления откосов ПР-3У [5], имеющих форму рамы с восемью открытыми отсеками можно не только укреплять откосы набережных, но и создавать на базе этих конструкций декоративные композиции, используя различные варианты озеленения.

Возможно использование газонных трав, которые создадут ровный зеленый покров на поверхности плит. Также могут быть созданы интересные композиции из разновысоких злаков, которые были обнаружены между плитами набережной: вейника наземного, ячменя гривастого, мятлика лугового, мятлика сплюснутого, осоки опушенной, костреца приречного и других. Нами были предложены два варианта озеленения откосов набережных: 3D-модель с использованием газонных трав (вариант 1) и 3D-модель с использованием декоративно-цветущих многолетников на основе природных видов, успешно произрастающих в этих условиях (вариант 2) (рис. 4).



Рис. 3. Стена из известняковых блоков с карманами в исходном виде (верхнее фото), 3D-модель – озеленение с помощью злаков (среднее фото), 3D-модель – озеленение декоративно-цветущими растениями из луговых сообществ (нижнее фото)



Рис. 4. Набережная Оки с плитами в исходном виде (верхнее фото),
3D-модель – озеленение набережной с помощью злаков (среднее фото),
3D-модель – озеленение набережной растениями из луговых сообществ (нижнее фото)

Таким образом проведенные в летнее время 2018 года исследования ассортимента растений, произрастающих на подпорных стенах из известняковых блоков и откосах набережной реки Оки, позволили выявить виды растений, заселивших эти поверхности в результате самосева и способных произрастать в экстремальных условиях. Также была показана возможность вертикального озеленения таких поверхностей дикорастущими видами растений и предложено несколько вариантов 3D-моделей декорирования этих сооружений. Реализация предложенных моделей озеленения вертикальных и наклонных поверхностей позволит увеличить декоративность последних, что особенно актуально в прогулочных зонах набережных и парковых зонах.

Список литературы

1. Подпорная стенка декоративная [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://nn.tiu.ru/p19923236-podpornaya-stenka-dekorativnaya;all.html> (дата обращения: 06.01.2019).
2. Юртаева Н.М., Денискина И.С. Моделирование вертикальных садов с использованием бетонных модулей в качестве функциональных элементов // Великие реки'2018: сборник трудов научного конгресса 20-го Международного научно-промышленного форума. Н. Новгород: ННГАСУ, 2018. Т. 1. С. 182–185.
3. Юртаева Н.М., Мининзон И.Л., Земскова Е.Р. Исследование обрастания растениями каменных стен и железобетонных откосов Окской Слуды // Ландшафтная архитектура. Современные тенденции: матер. XII науч.-практ. конф. Нижний Новгород: ННГАСУ, 2016. С. 52–55.
4. Юртаева Н.М., Мининзон И.Л., Земскова Е.Р. Исследование обрастания каменных стен природными видами растений и определение их сезонной декоративности // Великие реки'2017: сборник трудов научного конгресса 20-го Международного научно-промышленного форума. Н. Новгород: ННГАСУ, 2017. Т. 1. С. 222–227.
5. Плита укрепления откосов ПР-3У [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.atkbeton.ru/catalog/dorozhnye_plity/plity_ukrepleniya_otkosov/6372 (дата обращения: 06.01.2019).

УДК 712.3

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЛИСТОСТЕБЕЛЬНЫХ МХОВ В ЯПОНСКОМ САДУ В СРЕДНЕЙ ПОЛОСЕ РОССИИ

Курочкина А.С., Юртаева Н.М.

ФГБОУ ВО ННГАСУ, Нижний Новгород, e-mail: nasty_a_kurochckina@outlook.com

В японских садах не принято использовать большой ассортимент растений, в основном это деревья, листопадные и вечнозеленые кустарники, травянистые многолетники и разнообразные мхи, которые используются в качестве почвопокровных растений. Использование мхов связано с тем, что часто японский сад размещается внутри двора или под кронами деревьев, где мало света, а почвы сильно уплотнены. В этом случае покрытие из мха будет наиболее оптимальным. Мхи отлично сочетаются с камнями и растениями в японском саду. В статье приведены примеры использования листостебельных мхов в качестве альтернативы газонному покрытию в японских садах в Японии, рассмотрены примеры таких садов. Один из них – известный старинный сад «Кокэдэра» («Храм мха» – храм Сайходзи), где используется около 130 видов мхов. Дана краткая характеристика мхам, описаны условия, в которых они произрастают в природных условиях России. Также предложен ассортимент листостебельных мхов (всего 10 видов), произрастающих в России, который может быть использован в садах японского стиля, показана их роль в ландшафтной композиции, даны условия выращивания мхов.

Ключевые слова: японский сад, Япония, листостебельные мхи, ландшафтные композиции, условия выращивания мхов, использование мхов, Средняя полоса России

USE OF CORMOPHYTE MOSSES IN JAPANESE GARDEN IN CENTRAL EUROPEAN PART OF RUSSIA

Kurochckina A.S., Yurtaeva N.M.

NNGASU, Nizhny Novgorod, e-mail: nasty_a_kurochckina@outlook.com

It is not customary to use a big assortment of plants in Japanese gardens. Mainly this is trees, deciduous and evergreen bushes, herbaceous perennial and a variety of mosses, which are used as ground cover plants. Use of mosses is associated with a fact that Japanese garden often takes place inside of courtyard or under the tree crown where it is not enough light and soil is strongly compacted. In this case, the moss cover will be the most optimal. Mosses perfectly combine with stones and plants in Japanese garden. The article gives examples of cormophyte mosses use as an alternative to the lawn in Japanese gardens in Japan, examples of such gardens are considered. One of them – is an old famous garden «Kokedera» («Moss temple» – the temple Saihoji) where about 130 moss species are used. The article gives a short characteristic of mosses, describes conditions of moss growing in geographical description of Russia. To add to this the assortment of cormophyte mosses growing in Russia (in total 10 species) that can be used in Japanese style gardens is proposed. Their role in landscape design is shown and conditions of moss growing are given in this article.

Keywords: Japanese garden, Japan, cormophyte mosses, landscape designs, conditions of moss growing, use of moss, Central European Part of Russia

Как известно, японский сад является одним из величайших достижений в ландшафтном искусстве. Он покоряет своей кажущейся простотой, целостностью, гармоничностью, продуманностью деталей и философским смыслом. Существенную роль в таком саду наряду с элементами неживой природы играют растения. Это деревья, хвойные и лиственные, часто сформированные в стиле бонсай, разнообразные кустарники, как листопадные, так и вечнозеленые, травянистые многолетники, в том числе и почвопокровные растения.

В старинных японских садах не встретишь традиционных европейских газонов, их заменяют низкорослые растения, чаще всего моховидные. Именно они выполняют роль почвопокровных растений наряду с гравийным покрытием. Субтропический, достаточно влажный климат Японии и кисловатые почвы благоприятствуют их хоро-

шему росту. Часто японский сад размещается внутри двора, где мало света, или под высокими деревьями, где мхи успешно растут, создавая зеленый покров.

В японских садах мхи используются в качестве почвопокровных растений как в небольшом объеме, так и созданы большие сады мхов, где эти растения являются доминирующими. Множество привлекательных садов мха можно увидеть в Киото – древней столице Японии, где окружающие город горы обеспечивают постоянную влажность, а продолжительные летние сезоны дождей создают благоприятные условия для роста и выживания мхов. Одним из самых известных садов мхов является старинный сад в окрестностях Киото, который называется «Кокэдэра» («Храм мха»), другое название – храм Сайходзи. Первоначально там не росли мхи, они появились позже. Территория храма несколько раз за-

топлялась водой. В XVI веке локальные геологические сдвиги земли закончились, вода ушла и освободила территорию храма и сада. В следствии затоплений в саду естественным образом стали в изобилии расти мхи [1]. Этот сад совсем небольшой, всего около 2 гектаров. Он находится в низине и состоит из трех островов в водоеме под названием Золотой пруд, соединенных причудливыми мостиками, заросшими мхами. Здесь не встречаются деревья, сформированные в стиле бонсай, они растут свободно, создавая легкую полутень. Все поверхности (почва, стволы деревьев, камни, трапы) покрывают разнообразные мхи – всего насчитывается около 130 видов. Разные виды мхов отлично сочетаются и гармонируют друг с другом, создавая единую картину. В саду создана особенная атмосфера, находясь там, человек погружается в зеленый сумрак, остается наедине с садом и с самим собой, отрешаясь от всех проблем. Разные оттенки мха, его уникальная фактура, сочетание с камнями и деревьями, игра света в зависимости от времени суток и погоды – все это создает бесконечное количество садовых картин, сменяющих одна другую [2]. В настоящее время сад Сайходзи закрыт для свободного посещения из-за слишком большой эксплуатационной нагрузки. Этот уникальный сад, на территории которого произрастает огромное количество видов мхов, вызывал большой интерес у туристов, массовые посещения стали влиять на состояние и видовой состав мхов. В результате правительство присвоило саду статус государственной достопримечательности и закрыло для широкой публики [1].

Мхи – особая группа растений, они не образуют корней, цветов и плодов, а размножаются спорами. Как правило, мхи имеют

совсем небольшую высоту – от 2 до 20 см. Это реликтовые растения, сохранившиеся с давних времен, но они достаточно требовательны к условиям произрастания. Существует огромное количество видов мхов, они уступают только цветковым растениям по видовому разнообразию. Мхи способны расти на различных поверхностях, например, на камнях, на стволах деревьев, пнях, почве. Однако большинство из них требуют повышенного увлажнения, защиты от прямых солнечных лучей, кислой почвы.

В наших лесах встречается большое разнообразие листостебельных мхов, отличающихся друг от друга по форме, окраске, высоте. Некоторые из них вполне могут быть использованы в качестве почвопокровных растений при создании ландшафтных композиций прежде всего в японских садах. Наиболее перспективными в этом плане считаются широко распространенные листостебельные мхи, относящиеся к разным родам. Ниже приведен список из десяти родов мхов, которые предпочтительно использовать в озеленении японских садов, созданных в Средней полосе России [3].

1. Род Сфагнум только в России насчитывает около 40 видов, наиболее подходящими видами будут сфагнум Вульфа, сф. Гиргензона, сф. дубравный, сф. компактный, сф. средний, сф. оттопыренный.

2. Род Политрихум (Кукушкин лен) тоже имеет несколько перспективных в плане озеленения видов: политрихум волосконосный, п. можжевельниковый, п. сжатый.

3. Род Брахиетей может быть представлен такими видами: брахиетей шероховатый, б. ручейный, б. полевой. б. тополевый.

4. Род Леокобриум интересен красивыми подушковидными видами, наиболее распространен и доступен леукобриум сизый.

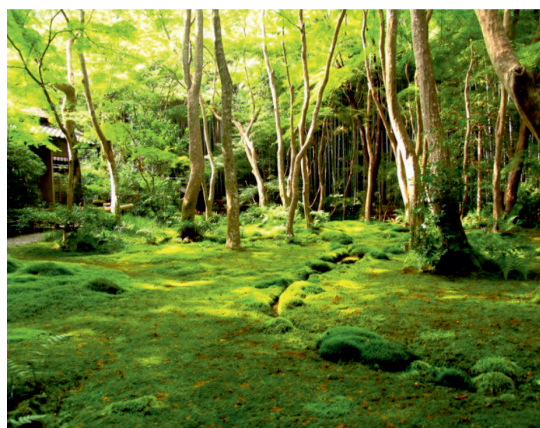


Рис. 1. Фрагмент сада мхов при Храме Мха (храм Сайходзи, Киото, Япония)

5. Род Дикранум тоже весьма декоративен, можно использовать такие виды: дикранум скученный, д. многожковый (волнистый), д. метловидный.

6. Род Гипн (Гипнум) представлен наиболее широко двумя видами: гипнум кипарисовый и г. бледноватый.

7. Род Туидий имеет декоративные виды: туидиум признанный, т. тамарисколистный.

8. Род Ракомирий (Ракомитриум) предлагает два вида: ракомитрий шерстистый, р. ланугинозум.

9. Род Атрих (Атрихум) интересен таким видом, как атрихум волнистый.

10. Род Климаций (Климациум) имеет часто встречающийся вид – климациум древовидный.

Все предложенные виды достаточно широко распространены в Средней полосе России, в основном встречаются в лесах. Они весьма декоративны, поэтому могут использоваться как почвопокровные растения в садах восточного стиля. Их можно взять из леса с небольшим количеством субстрата. Место посадки в саду мхов выбирают с северной, северо-западной или северо-восточной стороны, либо под кронами деревьев, желательно лесных. Почву при посадке тщательно очищают от сорняков, величина pH предпочтительна 5,5-6. Затем почву рыхлят, мох раскладывают небольшими куртинками, слегка придавливая к земле, обильно поливают и следят за влажностью, пока мох не приживется [4]. В дальнейшем требуется регулярный и тщательный уход за покрытием из мха: прополка, поливы, уборка опавших листьев и другого растительного мусора с поверхности. Мох обладает невысокими эксплуатационными характеристиками, поэтому необходимо своевременно производить замену погибших куртин.

Мхи в японском саду являются не только зеленой альтернативой газону, они также выполняют роль основного покрытия, тормозят рост сорняков, прекрасно сочетаются с остальными элементами сада, особенно с камнями и гравийным покрытием. Они гармонично вписываются в структуру японского сада, дополняют его и создают нижний уровень. Весьма декоративными выглядят дорожки из натурального камня, между плитами которого высажен мох.

Мхом декорируют пространства между камнями и гравийным покрытием. Например, в знаменитом японском саду Рёандзи, в котором почти нет растений, только камни и гравий, в основании групп камней высажен мох, который не отвлекает посе-

тителей от созерцания композиции, а лишь дополняет ее. Также вместе с древесными растениями, находящимися за бетонной стеной, мох вносит цвет в эту монохромную композицию.

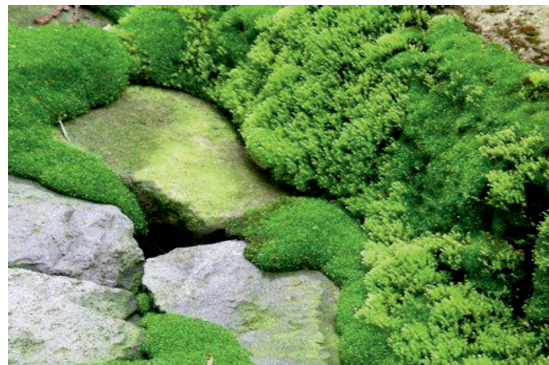


Рис. 2. Посадка мха между камнями дорожки [5]



Рис. 3. Мох в основании камней в саду Рёандзи (Киото, Япония)

Мох органично вписывается и в современные композиции в восточном стиле, приближая их по внешнему облику к природным, при отсутствии многообразия древесно-кустарниковых растений. Его хорошо использовать на небольшой, ограниченной территории в случаях, когда посадка древесно-кустарниковых растений не представляется возможной. Мох составляет гармоничные композиции вместе с камнями и каменными фонарями, придавая саду дух старины.

Самый распространенный мох в японском саду – кукушкин лен (*Polytrichum commune*). Он способен образовывать дернины, а в хороших условиях даже целые подушки, хорошо удерживает влагу и переносит, в отличие от многих более требовательных видов, полное пересыхание.



Рис. 4. Использование мхов в качестве покрытия в японском саду [6]

Таким образом, широко распространенные виды листостебельных мхов, произрастающие в Средней полосе России могут быть рекомендованы к использованию в японских садах, где они будут выполнять

почвопокровную и декоративную функции, придавая композиции в восточном стиле законченность и гармоничность.

Список литературы

1. Голосова Е.В. Сад в японском стиле. М.: ЗАО «Фитон+», 2003. 176 с.
2. Мох в японском саду [Электронный ресурс] Режим доступа: <http://www.tsvetnik.info/moss/04.htm> (дата обращения: 03.01.2019).
3. Природа России: справочная информация. Мохообразные России [Электронный ресурс] Режим доступа: <http://www.ecosystema.ru/08nature/moss/037.htm> (дата обращения: 03.01.2019).
4. Ландшафтный дизайн своими руками. Мох в ландшафтном дизайне [Электронный ресурс] Режим доступа: <http://www.green-portal.ru/stati/3850.html> (дата обращения: 03.01.2019).
5. Мох в саду [Электронный ресурс] Режим доступа: <https://bookflowers.ru/mnogoletnie/1194-moh-v-sadu.html> (дата обращения: 03.01.2019).
6. История создания и дизайн японского сада //ekosad-vsem.ru [Электронный ресурс] Режим доступа: <https://ekosad-vsem.ru/sad-v-yaponskom-stile> (дата обращения: 03.01.2019).

УДК 502.34

ИСТОРИЯ РАЗВИТИЯ ЭКОЛОГИЧЕСКОГО ЗАКОНОДАТЕЛЬСТВА В РОССИИ ДО НАЧАЛА XX ВЕКА

Федорук Н.А., Кирпичев И.А.

*ГБОУ ВО Московской области «Университет «Дубна», Дубна, e-mail: fedoruk_dubna@mail.ru,
Il.kirpi4iov@yandex.ru*

В работе рассмотрены основные стадии становления Российского экологического законодательства до начала XX века. Данный этап разбит на 3 временных промежутка – начальный (конец XIX – начало XX века), середина XX – 80-е гг. XX века и третий, с середины 80-х гг. по настоящее время. Необходимость государственного регулирования использования окружающей природной среды обусловлена, зачастую, варварским отношением человека к её благам и ресурсам. Такое отношение формировалось на протяжении многих лет. Согласно историческим документам, государственные органы начали регулирование отношений между окружающей природной средой и человеком уже в IX веке, что говорит об актуальности данной проблемы во все периоды существования человеческого общества. Значение природоохранного законодательства трудно переоценить, ведь всестороннее изучение нормативной базы и правоприменительной практики предыдущих этапов исторического развития в настоящий момент может послужить совершенствованию современного законодательства об охране природных объектов страны. Данные 3 этапа положили основу для создания современной системы экологического права и законодательства. Это привело к тому, что на данный момент охрана окружающей среды, благоприятной для жизни и здоровья человека, является главной целью государства, а нормативные документы Российской Федерации обязуют сохранять природу и бережно относиться к природным богатствам.

Ключевые слова: законодательство, экология, история, XX век

HISTORY OF THE DEVELOPMENT OF ENVIRONMENTAL LEGISLATION IN RUSSIA BEFORE THE BEGINNING OF THE XX CENTURY

Fedoruk N.A., Kirpichev I.A.

*State budgetary educational institution of higher education of the Moscow region «University» Dubna»,
Dubna, e-mail: fedoruk_dubna@mail.ru, Il.kirpi4iov@yandex.ru*

The paper discusses the main stages of the formation of the Russian environmental legislation before the beginning of the XX century. This stage is divided into 3 time intervals – the initial one (the end of the XIX – the beginning of the XX century), the middle of the XX – 80s. XX century and the third, from the mid 80s. Until now. The need for state regulation of the use of the environment is often due to the barbaric attitude of man towards its benefits and resources. This attitude has evolved over the years. According to historical documents, state bodies began regulating relations between the natural environment and man already in the 9th century, which indicates the relevance of this problem in all periods of human society. The importance of environmental legislation is difficult to overestimate, because a comprehensive study of the regulatory framework and law enforcement practices of the previous stages of historical development at the moment can serve to improve the modern legislation on the protection of natural objects of the country. These 3 stages laid the foundation for the creation of a modern system of environmental law and legislation. This led to the fact that at the moment environmental protection, favorable for human life and health, is the main goal of the state, and the regulatory documents of the Russian Federation oblige to preserve the nature and take care of natural resources.

Keywords: legislation, ecology, history, XX century

Охрана окружающей природной среды – одна из наиболее актуальных проблем современности. Научно-технический прогресс и усиление антропогенного влияния на природную среду неизбежно приводят к обострению экологической ситуации: истощаются запасы природных ресурсов, загрязняется природная среда, утрачивается естественная связь между человеком и природой, ухудшается физическое и нравственное здоровье людей, обостряется экономическая и политическая борьба за сырьевые рынки, жизненное пространство [1]. Многие из этих аспектов уже долгие годы регулируются экологическим законодательством. Поэтому для повышения

эффективности решения данных проблем, необходимо знать историю развития природоохранной деятельности нашей страны.

Большинство исследователей выделяют 3 этапа развития российского экологического законодательства.

Первый этап (начальный), который можно назвать консервационным, охватывает конец XIX века и первую половину XX века. В этот период под охраной природы понимали не охрану окружающей природной среды в целом, а охрану редких и исчезающих видов животных и растений. Для этих целей начали создавать заповедники, (Баргузинский и Астраханский), заказники, национальные парки. Так, в центре внима-

ния на первой международной конференции в Берне в 1913 году, была охрана дикой фауны от хищнического истребления ее в погоне за максимальной прибылью [2].

Второй этап – от середины XX века до восьмидесятых годов XX века – характеризуется значительным расширением самого понимания охраны природы, под которой в этот период понимается не только и не столько охрана исчезающих видов животных и растений, а охрана всех природных ресурсов как таковых. В данный период (1957–1963 гг.) в тогдашних союзных республиках, в том числе и в Российской Федерации, были приняты законы об охране природы. Законом «Об охране природы в РСФСР» под охрану были поставлены практически все природные ресурсы, включая атмосферный воздух, типичные ландшафты, редкие и достопримечательные природные объекты [3].

Третий этап – примерно с начала восьмидесятых годов XX века и по настоящее время – характеризуется всеохватывающим пониманием охраны окружающей природной среды, а не только природных ресурсов. Речь, таким образом, идет об охране самой природной среды обитания человека, что является не только непереносимым условием дальнейшего прогресса нашей цивилизации, но и самого ее существования. Именно в этот период появилось само понятие экологического права, были введены учебные курсы по экологическому праву во многих учебных заведениях, и не только юридических [3].

Перед тем как разобрать начальный этап, рассмотрим историю развития экологических взглядов на Руси. Как и в других древних или средневековых государствах, охрана природных ресурсов осуществлялась через защиту прав собственности, экономических, военных и налоговых интересов государства.

Например, в «Русской правде» (1016 г.) предусматривалась охрана общинной собственности, объектом которой, к примеру, был лес, или собственность князя.

С XIV века был установлен заповедный характер оборонительных лесных засек, которые служили средством защиты от набегов татар. Законодательством того времени строго запрещалась вырубка деревьев в заповедной черте [2].

В русском законодательстве средних веков предусматривался довольно широкий набор санкций за нарушение правил, касающихся природных объектов. При наказании принимался во внимание факт повторения нарушения, например, за лов рыбы в чужом пруду пойманный с поличным подвергал-

ся в первый раз битью палками, во второй раз – кнутом, а в третий раз – отрезанию уха. Широко применялась смертная казнь.

Для регулирования соболиной охоты в Сибири были объявлены заповедными целые районы. В XVII же веке было введено ограничение права собственности на природные объекты и право пользования ими в интересах государства, а позже и третьих лиц [4].

Требования по охране воздуха, воды и общественных мест от загрязнения получили развитие в законодательстве, которое позже стало называться санитарным. Потребность в таких нормах возникла в России в XVII веке [5]. По указу Михаила Федоровича Романова, принятому в 1640 г., для профилактики возникновения в Москве заболеваний, предписывалось, чтобы мертвый скот и других животных вывозили за черту города.

В соответствии с правовым актом «Учреждения для управления губерний» 1775 г. земский исправник обязан был наблюдать, чтобы везде на местах и дорогах была чистота [5].

В 1833 г. были изданы Правила «О размещении и устройстве частных заводов, мануфактурных, фабричных и иных заведений в Петербурге», которые предусматривали, что «все вредные газы, могущие отделяться при производстве работ, должны быть непременно поглощаемы или сжигаемы». В этом же документе промышленные предприятия в зависимости от вредности воздействия на атмосферный воздух делились на три категории, причем предприятия третьей категории не должны были размещаться в городе [4].

Перейдем к начальному этапу. В период конца XIX – начало XX в. законодатель преследовал две экологические цели: во-первых, установить запреты на отдельные виды природопользования (лесопользование, охоту и т.д.), и, во-вторых, изъять из хозяйственного использования отдельные природные территории с приданием им статуса особой охраны (заповедники) [6, 7].

В уголовном законодательстве России был установлен ряд запретов в рассматриваемой области отношений. Предусматривалась ответственность за излишнее истребление диких животных и рыбы, самовольное создание рыбных заводов, незаконный улов, самовольную рубку деревьев в казенных и частных лесах, строительство признанных по закону вредными для чистоты воздуха или воды фабрик или заводов, сброс в водоемы ядовитых или сильнодействующих веществ с намерением лишить кого-либо жизни и др.

В 1888 г. в России было принято Положение о сбережении лесов, запрещавшее сплошные рубки и установившее категории защитных лесов. Однако положение применялось формально и не препятствовало выборочным рубкам по всей площади лесных дач и последующему сельскохозяйственному освоению. В 1913 г. переруб расчетной лесосеки в Европейской части России достигал 47%, в том числе в Центральном Черноземье до 60%, а на Юго-Востоке – 35% [8].

В целях охраны ценных природных ландшафтов из сельскохозяйственного оборота, оборота лесного хозяйства выводились некоторые земли, предназначенные для организации на них заповедников, парковых зон. К примеру, барон Ф.Э. Фальц-Фейн на базе созданного в 1874 г. на юге Украины зоопарка в 1898 г. организовал первый частный степной заповедник «Аскания-Нова», для которого выделил 500 десятин земли [9]. Были также созданы частные заповедники в имениях князя Карамзина (заповедано 600 га девственной степи в Бугурусланском уезде), графа Шереметьева («Лес на Ворскле»), а также на Кавказе (реликтовые рощи Пицунды, Лагодехи и др.).

Выступая на конференции по международной охране природы (Берн, 1913 г.), делегат от России профессор Г.А. Кожевников отмечал: «В России не существует специального закона для охраны природы. Причиной этому является то, что до последнего времени Россия обладала и обладает таким количеством диких животных, что сама мысль об охране природы была чужда как народу, так и правительству». Но уже в 1915 – 1916 гг. под руководством академика И.П. Бородин, пионера серьезной научной природоохранной деятельности в России, был разработан первый (неосуществленный) проект российского Закона об охране природы [9].

В этот период принимаются многочисленные законы об охране и использовании лесов (1883-1913 гг.), недр (1864-1893 гг.), земель (1893 г.), об охоте (1892 г.), заповедниках (1916 г.) и т.д. [7]. Таким образом, к окончанию пореформенного и предреволюционного периода сформировались основные отрасли российского права окружающей среды, их нормативно-правовая база. Намечалась тенденция кодификации природоохранительного законодательства.

В силу того, что лес составлял и составляет одну из экономических основ нашего государства, наиболее ярко природоохранная функция государства проявилась именно в отношении лесных богатств [6]. Основная масса природоохранных актов данного

периода была посвящена охране, сбережению и восстановлению лесных ресурсов.

В целом можно говорить о рациональной и продуманной государственной политике в отношении лесного фонда уже на дореволюционном этапе развития Российского государства. Об этом свидетельствует комплексный подход в применении мер, касающихся лесопользования, охраны лесных ресурсов и лесовосстановительных мер в различных категориях лесов [6, 10]. Значение природоохранного законодательства данного периода трудно переоценить. Всестороннее изучение нормативной базы и правоприменительной практики предыдущих этапов исторического развития в настоящий момент может послужить совершенствованию современного законодательства об охране природных объектов и в первую очередь лесного богатства страны.

В настоящее время существуют разные точки зрения на состояние экологического законодательства. Принятие новой Конституции закрепило государственную ответственность за природные ресурсы, как и на частную землю, что способствовало созданию новых заповедников, например, Шайтан-Тау, Утриш, Васюганский и др. Впервые охрана окружающей среды, благоприятной для жизни и здоровья человека, названа как главная цель государства, а граждане России обязаны сохранять природу и бережно относиться к природным богатствам.

Список литературы

1. Воронина А.Б. Проблемы охраны окружающей природной среды // Международный аграрный научный журнал «Молодежь и наука». 2016. № 1. С. 75–80.
2. Булгаков, М.Б. Природоохранные акты: от «Русской правды» до петровских времен // Государство и право. 1996. № 8. С. 136–146.
3. Каковы основные этапы развития экологического законодательства? // Экологическое право, вопросы и ответы. URL: <http://bibliotekar.ru/ecologicheskoe-pravo-4/4.htm> (дата обращения: 26.03.2019).
4. Чистяков О.И. Российское законодательство X-XX веков в 9-ти т. Т. 5. М., 1994. 352 с.
5. Голиченков А.К. Очерки истории экологического права: развитие правовых идей охраны природы. // Вестник Московского университета. Сер. 11: Право. № 1. 1991. С. 50–57.
6. Насонова А.В. Становление и развитие заповедного дела в России в дореволюционный период // Вестник Московского ун-та МВД России. 2008. № 2. С. 199–203.
7. Насонова А.В. Становление и развитие правовой охраны животного мира со времен «Русской Правды» до начала XX века // Закон и право. 2010. № 2. С. 110–113.
8. История охраны природы в России // Единый центр дистанционного образования. URL: <http://www.voronovaon.ru/prirodopolzovanie/flora/Historiuxrananflora/History/index.html> (дата обращения: 26.03.2019).
9. Память о Фальц-Фейне и его деле // История науки. URL: <http://bio.1september.ru/article.php?ID=200201409> (дата обращения: 26.03.2019).
10. Насонова А.В. Эволюция лесного законодательства в дореволюционной России // Юридическая мысль. 2011. № 2. С. 53–56.

ПРИМЕНЕНИЕ МАТРИЦ В ЭКОНОМИКЕ

Авдеев Д.Д., Турченко В.В.

*ФГБОУ ВО «Ставропольский государственный аграрный университет», Ставрополь,
e-mail: inf@stgau.ru*

Чтобы жить и существовать в современном обществе, нам просто жизненно необходимо реагировать и решать множество сложные задачи, которые встают перед нами. Они могут нас окружать везде и всюду, будь то различных родов предприятия и организации, фирмы и индивидуальное предпринимательство. Перед экономистами стоит важная задача, как помочь той или иной фирме, находя различные методы решения поставленных задач. Ведь именно такие методы в математике смогут решить те задачи, которые поставили руководители и помочь в дальнейшей деятельности данной фирмы. Проработав и изучив множество математических методов и проведя исследование в их пользу для дальнейшего использования, мы выделили матричный метод. В наше современной и высокотехнологичное время работа с матрицами наиболее практична и эффективна. В этой статье кратко разберем все тонкости и нюансы матричного метода.

Ключевые слова: матрица, матричная алгебра, матричный вектор, экономический процесс, экономическая задача, закономерность

THE USE OF MATRICES IN THE ECONOMY

Avdeev D.D., Turchenko V.V.

*Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education Stavropol State Agrarian
University, Stavropol, e-mail: inf@stgau.ru*

In order to live and exist in modern society, it is simply vital for us to react and solve the complex tasks that confront us. They can surround us everywhere and everywhere, be it different kinds of enterprises and organizations, also firms. Economists have an important task to help them, looking for different methods of solving them, to find various loopholes and tricks. After all, exactly such methods in mathematics will be able to solve the problems that the leaders have set and help in the further work of the organization itself. Having worked and studied a variety of mathematical methods and conducting research in their use for further use, we identified the matrix method. At the moment, the use of matrices for creating databases is especially important, because all information is processed and stored in a matrix form. In this article we will briefly consider all the subtleties and nuances of this method.

Keywords: matrix, matrix algebra, matrix vector, economic process, economic problem, regularity

Матрица – это прямоугольная таблица, которая представляет собой комплекс множества строк и столбцов, в ячейках могут находиться фрагменты заранее избранного множества – это те самые различные элементы или числа (комплексные, целые или векторы, которые зависят от самой задачи). Матрицы обозначаются прописными латинскими буквами. Дискретностью матрицы является совокупность $m \times n$, где m – число строк, n – число столбцов. Также синонимом матрицы служит вектор [1].

Матричная алгебра является неотъемлемой частью в изучении экономики и дальнейшей её работе. Поясняется и трактуется это тем, что матричный вектор позволяет в доступной форме изложить экономическую ситуацию, также использование матрицы позволяет персоналу в различных сферах деятельности видеть результативность своей работы в целом. И также обратит минусы в неэффективности своей работы и сделать дальнейшие корректировки. С помощью вектора очень удобно записывать разные экономические закономерности и зависимости, ведь это очень компактно и удобно [2]. На практике матрицы могут

быть представлены в совершенно различных формах и иметь самое различное содержание. Доказательством вышесказанных слов приведем табл. 1, в которой представлена статистика использования ресурсов.

Таблица 1
Использование ресурсов
в различных сферах экономики

Ресурсы	Экономическая сфера		
	Промышленность	Аграрная промышленность	Рынок
Трудовые ресурсы	4,4	6,3	6,7
Водные ресурсы	2,7	2,1	5,4
Электроэнергия	5,2	3,9	3

Эту таблицу можно записать и охарактеризовать в виде матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} 4,4 & 6,3 & 6,7 \\ 2,7 & 2,1 & 5,4 \\ 5,2 & 3,9 & 3 \end{pmatrix}.$$

Так, наглядно видно в таблице что, элемент матрицы $a_{22} = 2,1$ показывает, сколько водных ресурсов потребляет аграрная промышленность во всех сферах экономики, а следующий элемент матрицы $a_{13} = 6,7$ демонстрирует, сколько трудовых ресурсов потребляет рынок в целом.

Наглядным примером также может нам послужить следующая задача:

Некая фирма производит различную продукцию C_1, C_2, C_3 и на изготовку этого продукта используется материал K_1, K_2 :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 5 & 3 \\ 8 & 7 \end{pmatrix},$$

где элемент a_{ij} показывает сколько сырья j -того типа может быть потрачено внутри организации на производство продукции i -того типа. Цена каждого вид сырья равна:

$$C = \begin{pmatrix} 70 \\ 50 \end{pmatrix},$$

а планирование выпуска продукции равно $B = (110 \ 150 \ 70)$.

Из этого следует как, мы получим: расходы на материал

$$K_1 = 2 \times 110 + 5 \times 150 + 8 \times 70 = 1530,$$

а цена другого материала

$$K_2 = 5 \times 110 + 3 \times 150 + 7 \times 70 = 1490.$$

Таким образом, суммарная цена материала $P = 1530 \times 70 + 1490 \times 50 = 181600$ может быть представлена в виде вектора:

$$P = K \times C = (BA)C = 181600.$$

Заметим, что суммарную цену материала P можно вычислить и в совсем иной последовательности: изначально, вычислим вектор Z стоимость всех затрат материалов:

$$Z = A \times C = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 5 & 3 \\ 8 & 7 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 70 \\ 50 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 390 \\ 500 \\ 910 \end{pmatrix}.$$

Суммарная цена материала равна:

$$P = B \times Z = (110 \ 150 \ 70) \times \begin{pmatrix} 390 \\ 500 \\ 910 \end{pmatrix} = 181600.$$

Идентичность всех выше перечисленных результатов (181600) была получена благодаря правильному выполнению семантического закона умножения векторов: $(BA)C = B(AC)$. Этот закон ярко иллюстрирует пример такого, что решая через любой вид решения матриц можно добиться одинаковости всех результатов [3].

В табл. 2 проиллюстрированы сведения о работе 5 различных фирм, которые выпускают 4 вида товара с потреблением 3-х видов сырья, так же количество времени работы абсолютно каждой фирмы в году и стоимости всех видов материала.

Следовательно, должны понять:

1) Эффективность и плодотворность всех фирм по каждому виду продукции.

2) Нужда всех фирм по каждому виду материала.

3) Совокупность кредитования фирм для закупки и переработки материалов, которые необходимо для выпуска продукции указанных видов и количеств фирм.

Выстроим матрицу производства фирм по всем типам продукции:

$$C = \begin{pmatrix} 7 & 8 & 6 \\ 3 & 5 & 7 \\ 11 & 18 & 3 \end{pmatrix}.$$

Столбец вектора полностью соответствует производству по каждому типу изделия. Так годовое производство i -ой фирмы по каждому виду продукции можно произвести за счет произведения i -го столбца вектора C на количество рабочих дней в году именно для фирмы ($i = 1, 2, 3$). Поэтому, годовое производство каждой фирмы по каждой продукции можно выразить с помощью вектора:

$$C1 = \begin{pmatrix} 1470 & 1280 & 1260 \\ 1260 & 1280 & 1260 \\ 2310 & 2880 & 540 \end{pmatrix}.$$

Таблица 2

Вид продукции №	Производство фирм			Стоимость материалов продукции		
	1	2	3	1	2	3
1	7	8	6	4	6	7
2	3	5	7	5	8	9
3	11	18	3	6	7	8
	Количество полных рабочих дней в году			Стоимость разных видов материала		
	1	2	3	1	2	3
	230	180	200	70	80	90

Матрица затрат материалов на единицу продукции представлена как:

$$D = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 6 & 8 & 7 \\ 7 & 9 & 8 \end{pmatrix}.$$

Все издержки по видам материала на фирмах можно полностью расписать как $D \cdot C$:

$$DC = \begin{pmatrix} 109 & 165 & 77 \\ 143 & 214 & 113 \\ 164 & 245 & 129 \end{pmatrix}.$$

где j -я строка соответствует номеру типа материала, а i -й столбец – номеру фирмы согласно таблице ($j = 1, 2, 3$; $i = 1, 2, 3$).

Ответ на второй вопрос, который был поставлен в задаче, можно получить таким же образом, что в первом, аналогично произвести произведение столбцов вектора DC на матрицу D :

$$DC1 = \begin{pmatrix} 26040 & 28800 & 14580 \\ 35070 & 3080 & 21420 \\ 40110 & 43520 & 24480 \end{pmatrix}.$$

Введем вектор цены материала: $Q = (70, 80, 90)$

Тогда цену годового запаса материала для каждой фирмы можно получить произведя операцию над матрицами, а точнее умножением матриц, следовательно, вектора Q на матрицу $DC1$:

$$P = QDC1 = (8238300 \ 8979200 \ 4937400).$$

Хочется сказать о том, что, суммы кредитования фирм для закупки материала определяются путем аналогии всех компонентов вектора P .

Подводя итоги вышесказанному можно сказать о том, что в современной математике и экономике векторы играют важную роль и являются неотъемлемой частью ее. Активно могут быть использованы в различных теориях, в экономике, менеджменте и многих других разделах естествознания и наукознания, не говоря уже о применении

матриц в разных направлениях учебной деятельности [4].

Мы смогли выявить лишь один недостаток. Он заключается в том, что по матрицам крайне сложно, даже практически невозможно определить победителя в каких-то сферах деятельности.

Также хочется отметить ряд огромных плюсов и достоинств матриц: Во-первых, они позволяют в форме записывать на простом и доступном языке различные экономические процессы и закономерности в различных организациях и не только, во-вторых, благодаря им решаются самые сложные задачи, которые могут показаться почти невыполнимыми, что является наиболее значимым для экономистов [5]. В-третьих, с помощью матриц можно за короткий промежуток времени, сил и труда полностью проанализировать и решить множество задач. И можно сказать о том, что при присутствии каких-либо отрицательных факторов применения матричной алгебры положительные моменты превосходят в несколько раз.

Список литературы

1. Ахмедханова А.И., Комякина В.А., Мамаев И.И. Применение матриц в экономике // Международный студенческий научный вестник. 2015. С. 454–456.
2. Гулай Т.А., Бондарева Е.В. Применение методов математической статистики в экономических расчетах. Современные социально-экономические аспекты развития региональной экономики // Сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции молодых ученых. 2016. С. 90–95.
3. Долгополова А.Ф., Колодяжная Т.А. Руководство к решению задач по математическому анализу // Международный журнал экспериментального образования. 2011. № 12–1. С. 62–63.
4. Жукова В.А., Гулай Т.А., Долгополова А.Ф. Решение экономических задач с помощью экономико-математических моделей // Глобальные тенденции и национальные вызовы научно-технологического развития в условиях инновационной экономики: сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции. 2018. С. 211–213.
5. Конкина В.С., Минат В.Н. Методика экономических исследований в АПК России // Актуальные проблемы науки и практики XXI века: материалы Всероссийской научно-практ. конференция; Ряз. фил.-л. НОУ ВО «Московская академия экономики и права». Казань: Бук, 2016. С. 20–25.

УДК 536.24:538.4

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ МАГНИТНОЙ ЖИДКОСТИ В ОКРЕСТНОСТИ ПОЛОГО ЦИЛИНДРА

Алексеева И.И., Симоновский А.Я.

ФГБОУ ВО «Ставропольский государственный аграрный университет», Ставрополь,
e-mail: inf@stgau.ru

Статья посвящена разработке математической модели, описывающей распределение магнитной жидкости вблизи наружной поверхности полого ферромагнитного цилиндра, а также постановке эксперимента по выяснению точности описания данной моделью этого распределения. В основу модели положены уравнения феррогидродинамики, характеризующую условия равновесия элементы объема магнитной жидкости в однородном внешнем магнитном поле. Уравнения записаны при следующих допущениях. Внешнее магнитное поле, в котором находится распределение свободной поверхности магнитной жидкости, считается большим и слабо искажающимся намагничивающейся жидкости. При этом намагниченность магнитной жидкости в данном магнитном поле считается равной намагниченности насыщения жидкости. Дифференциальные уравнения распределения свободной поверхности магнитной жидкости в принятых допущениях сводятся к биквадратному алгебраическому уравнению, связывающему точки свободной поверхности магнитной жидкости и азимутальным углом полярной системы координат характеризующий положение этих точек. Поставлен эксперимент подтверждающий справедливость разработанной математической модели.

Ключевые слова: математическое моделирование, магнетизм, магнитная жидкость, фигуры равновесия, механика жидкости

MATHEMATICAL AND EXPERIMENTAL MODELING OF THE FREE SURFACE OF MAGNETIC LIQUID IN THE VICINITY OF A FLOATING CYLINDER

Alekseeva I.I., Simonovsky A.Ya.

Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education Stavropol State Agrarian
University, Stavropol, e-mail: inf@stgau.ru

The article is devoted to the development of a mathematical model describing the distribution of magnetic fluid near the outer surface of a hollow ferromagnetic cylinder, as well as setting up an experiment to determine the accuracy of the description of this distribution by this model. The model is based on the equations of ferrohydrodynamics, which characterizes the equilibrium conditions, the elements of the volume of magnetic fluid in a uniform external magnetic field. The equations are written with the following assumptions. The external magnetic field, in which the distribution of the free surface of the magnetic fluid is located, is considered large and weakly distorted by a magnetizable fluid. In this case, the magnetization of a magnetic fluid in a given magnetic field is considered equal to the saturation magnetization of the fluid. The differential equations of the distribution of the free surface of a magnetic fluid in the accepted assumptions are reduced to a biquadratic algebraic equation connecting the points of the free surface of the magnetic fluid and the azimuthal angle of the polar coordinate system characterizing the position of these points. An experiment confirms the validity of the developed mathematical model.

Keywords: mathematical modeling, magnetism, magnetic fluid, equilibrium figures, fluid mechanics

Постановка задачи. Определим форму свободной поверхности магнитной жидкости, располагающейся вокруг вертикального полого цилиндра с бесконечно большой магнитной проницаемостью. Будем считать цилиндр безмерно длинным. Магнитное поле в удалении от цилиндра однородное. Вектор приложенного внешнего неизменного магнитного поля $\vec{H}_0$ ориентирован перпендикулярно оси цилиндра и вектору силы тяжести.

Уравнения данной задачи [1–3] в приближении феррогидродинамики – это уравнение (1) магнитного поля H для областей пространства, занятых непосредственно магнитной жидкостью и уравнения равновесия магнитной жидкости.

Уравнение равновесия:

$$-\nabla p + \mu_0 (\vec{M} \nabla) \vec{H} + \rho \vec{g} = 0. \quad (1)$$

В данном случае $\mu = \mu(H)$ – относительная магнитная проницаемость магнитной жидкости, p – давление в магнитной жидкости, $\vec{M}$ – вектор намагниченности магнитной жидкости.

Раздел магнитная жидкость – воздух, на свободной поверхности, приводит к соотношению:

$$p - p_e = -\frac{1}{2} \mu_0 M_n^2 + \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (2)$$

Тут p_a – давление в воздухе, p – давление в магнитной жидкости вблизи границы

раздела магнитная жидкость – воздух, M_n – нормальная компонента намагниченности на свободной плоскости магнитной жидкости, σ – поверхностное натяжение, R_1 и R_2 – главные радиусы кривизны поверхности магнитной жидкости.

Из этого следует уравнение свободной поверхности магнитной жидкости:

$$\rho g z - \mu_0 \int_0^H M dH - \frac{1}{2} \mu_0 M_n^2 + \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \text{const.} \quad (3)$$

Здесь z – вертикальная координата.

При намагниченности магнитной жидкости, имеющей порядок величины $M_s \approx 10^4$ А/м, поверхностном натяжении магнитной жидкости $\sigma \approx 10^{-2}$ Н/м, специфических радиусах кривизны R_1 и $R_2 \approx 10^{-3}$ м, имеют соответственно порядки величин $10^2 : 10 : 1$. [4, 5].

Учитывая данную характеристику, уравнение (3) для свободной поверхности магнитной жидкости представится в следующем виде:

$$\rho g z - \mu_0 M_s H = \text{const.} \quad (4)$$

Подставляя в уравнение (4) поле (5) полого цилиндра:

$$H_r = H_0 \left(\frac{b^2}{r^2} + 1 \right) \cos \vartheta; \\ H_r = H_0 \left(\frac{b^2}{r^2} - 1 \right) \sin \vartheta. \quad (5)$$

Найдем выражение для формы свободной поверхности магнитной жидкости, охватывающую наружную часть полого цилиндра:

$$\left[H_0^2 - \left(\frac{\rho g z}{\mu_0 M_s} - c \right)^2 \right] r^4 + 2R^2 H_0^2 \cos 2\vartheta r^2 + H_0^2 R^4 = 0. \quad (6)$$

Задавая в (6) z меняющиеся от 0 до L (L – длина цилиндра), получим биквадратное уравнение для r от ϑ , окружающее форму сечения объема магнитной жидкости плоскостью $z = \text{const}$.

Графики указанных сечений, когда размер внешнего магнитного поля равен $H_0 = 105$ кА/м, при разных значениях z и c показаны на рис. 1, а–в. Направление магнитного поля $\vec{H}_0$ представлено на фигурах стрелкой. На рисунках продемонстриро-

ваны картины размещения свободной поверхности магнитной жидкости для первого квадранта плоскости сечения $z = \text{const}$. Кривые на рис. 1, а– в – геометрические места точек, описываемых уравнением (6) при значениях $c = -\sqrt{0,6}H_0$; $-\sqrt{0,99}H_0$; $-\sqrt{2}H_0$ соответственно. Линии 1, 2, 3 на данных фигурах построены для значений параметра $z = 0$, $z = 0,01$ м, $z = 0,02$ м соответственно.

На рис. 1, а изображено расположение свободной поверхности магнитной жидкости, когда цилиндр охватывал малый объем магнитной жидкости.

Штриховкой на рис. 1, а, представлена зона, занятая магнитной жидкостью. Примечательно, что сечение объема магнитной жидкости плоскостью $z = \text{const}$ возрастает в направлении силы тяжести (от линии 1 к линии 3).

На рис. 1, б, наибольшему объему магнитной жидкости в кювете соответствует, объем магнитной жидкости в сечении плоскостью $z = \text{const}$. Линии 1, 2 являются границей раздела магнитная жидкость – воздух в плоскости верхнего торца цилиндра в сечении $z = 0$ и в среднем сечении цилиндра $z = 0,01$ м. Указанные штриховкой области, заняты магнитной жидкостью. За пределами – воздух. Границей раздела магнитная жидкость – воздух является линия 3.

С увеличением объема магнитной жидкости, в магнитной жидкости, охватывающий цилиндр, образуются две сужающиеся книзу воронки – воздушные полости, что и показано на рис. 1, в.

Не заштрихованная зона, ограниченная линиями 1, 2, 3, не занята магнитной жидкостью.

Заштрихованная область занята жидкостью. Сформировавшаяся воронка, сужается в направлении силы тяжести.

Таким образом, расчеты демонстрируют, что с сокращением параметра c область свободная от магнитной жидкости на дне кюветы, уменьшается до вырождения. Вершина воронки поднимается в направлении верхнего торца цилиндра [6, 7].

В процессе данной работы, проводился эксперимент, в котором рассматривалось, распределение свободной поверхности магнитной жидкости в окрестности наружной и внутренней поверхностей полого ферромагнитного.

Полый ферромагнитный цилиндр с высотой, равной наружному диаметру, располагался на дне немагнитной цилиндрической кюветы. Состав масштаба полого цилиндра, используемого в описываемом эксперименте: наружный диаметр и высота 20 мм, вну-

тренний диаметр 12 мм. Размеры кюветы: диаметр 100 мм, высота 70 мм. Дном кюветы являлось матовое стекло. Используемая система кюветы позволяла совершать подсветку снизу, что обеспечивало более контрастное выделение границы растекшейся по дну кюветы магнитной жидкости.

Фотография образца при виде сверху, показана на рис. 2. Для более удобной характеристики областей, в окрестности которых жидкость по-разному прилегает к верхней части цилиндра, введем угол ϑ – угол между направлением внешнего приложенного магнитного поля $\vec{H}_0$ и направлением радиус-вектора $\vec{r}$, проведенного из точки,

расположенной на оси цилиндра в плоскости поперечного сечения, до определенной точки внешней поверхности цилиндра. Далее будем называть области поверхности цилиндра, для которых угол ϑ равен 0° или 180° – полюсами цилиндра, а участки поверхности цилиндра, для которых угол ϑ составлял $\pm 90^\circ$ – боковыми участками поверхности цилиндра.

Округлый просвет полости цилиндра, виден в центре рис. 2. В поперечном сечении столбики магнитной жидкости приобретают форму, близкую к эллиптической. Боковые поверхности цилиндра полностью свободны от магнитной жидкости.

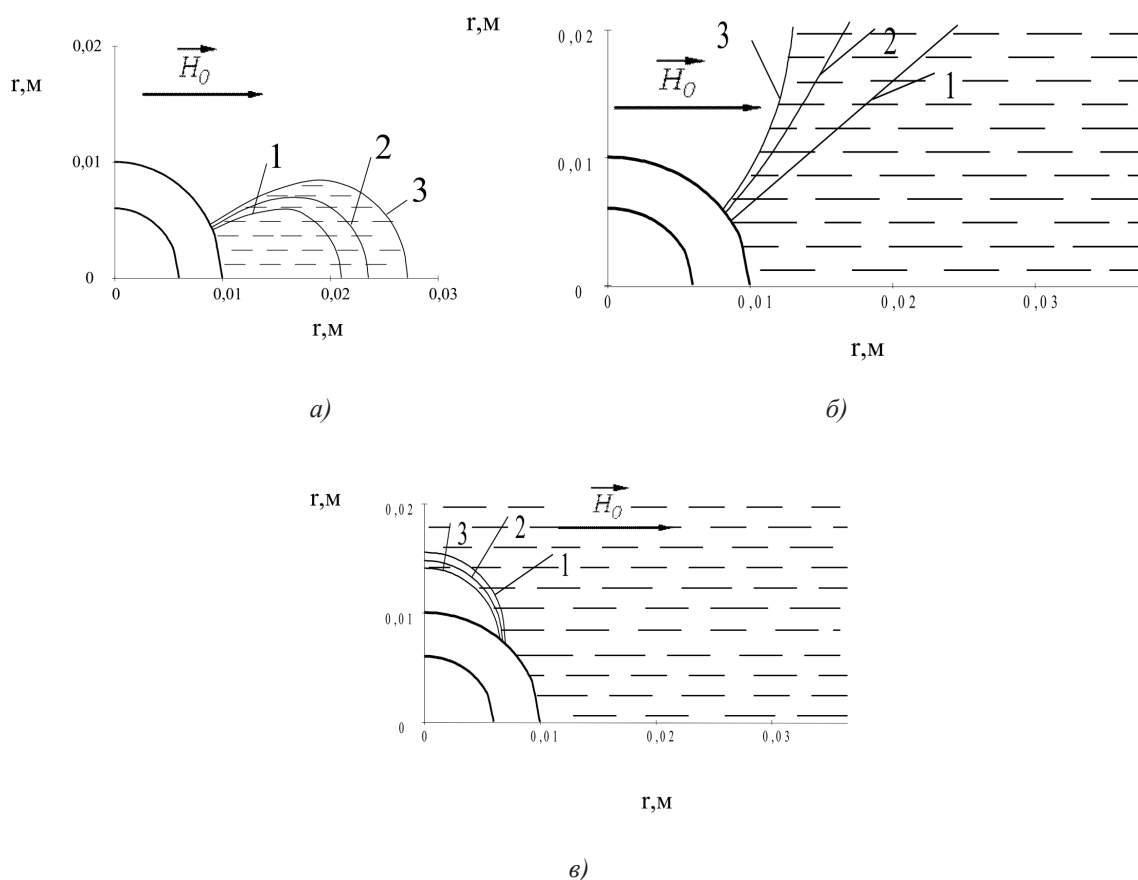


Рис. 1. а. Фигура равновесия свободной поверхности магнитной жидкости, в однородном внешнем магнитном поле $\vec{H}_0$, полученные из уравнения (6) при $c = -\sqrt{0,6}H_0$.

Линии 1, 2, 3 – границы свободной поверхности жидкости вблизи верхнего торца, среднего сечения и нижнего торца цилиндра.

б. Фигура равновесия свободной поверхности магнитной жидкости, в однородном внешнем магнитном поле $\vec{H}_0$, полученная путем расчета по уравнению (6) при $c = -\sqrt{0,99}H_0$.

Линии 1, 2, 3 соответствуют границе жидкости вблизи верхнего торца, среднего сечения и нижнего торца цилиндра.

в. Фигура равновесия свободной поверхности магнитной жидкости, в однородном внешнем магнитном поле $\vec{H}_0$, полученная путем расчета по уравнению (6) при $c = -\sqrt{2}H_0$.

Линии 1, 2, 3 соответствуют границе жидкости вблизи верхнего торца, среднего сечения и нижнего торца цилиндра



Рис. 2. Фотография полого цилиндрического образца, окруженного магнитной жидкостью суммарным объемом $2,6 \text{ см}^3$

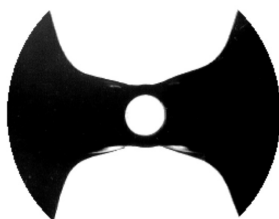


Рис. 3. Фотография полого цилиндрического образца, окруженного магнитной жидкостью суммарным объемом 54 см^3

При последующем увеличении объема магнитной жидкости в кювете (рис. 3) лужицы в придонной части столбиков магнитной жидкости в окрестности полюсов цилиндра растекаются непосредственно по дну кюветы в направлении полюсов электромагнита. Высота столба жидкости на удалении от цилиндра более, чем на величину его диаметра, в направлении полюсов электромагнита увеличивается. Но, боковые части поверхности цилиндра остаются свободными от магнитной жидкости. Сохраняется неизменной и ширина раскрытия полосок боковой поверхности цилиндра, свободной от магнитной жидкости. Описываемые области боковой поверхности цилиндра, свободные от магнитной жидкости.



Рис. 4. Фотография полого цилиндрического образца, окруженного магнитной жидкостью суммарным объемом 159 см^3

При достижении суммарного объема магнитной жидкости в кювете 159 см^3 , на фотографиях рис. 4, наблюдается, что

на месте образования шеек-перетяжек, в окрестности боковых участков плоскости цилиндра левая и правая области магнитной жидкости в кювете соединяются, и в объеме магнитной жидкости формируются воздушные полости.

Эксперименты продемонстрировали, что при увеличении интенсивности наружного приложенного магнитного поля в окрестности боковых участков поверхности цилиндра воздушные полости возрождались в противоположном порядке. Появились конические выемки. Вслед за этим, по образующей цилиндра, вершина конических выемок спускалась вниз. Затем, на дне кюветы, возле нижнего торца цилиндра, на дне кюветы сформировался просвет полости. После этого, полость снова обретала вид усеченного конуса, уменьшающегося в направлении силы тяжести.

Осуществлялось численное сопоставление формы свободной поверхности магнитной жидкости, находящейся вокруг цилиндра, полученной в эксперименте и описываемой уравнением (6). Из эксперимента определялся радиус – вектор точки свободной поверхности магнитной жидкости в и нижнего торца цилиндра ($z = 0,02 \text{ м}$) при значении угла $\vartheta = 0^\circ$. Найденное значение радиуса – вектора позволило определить параметр c из уравнения (6) определялся параметр s . Это значение величины s использовалось при построении границы раздела магнитная жидкость – воздух для значений $0 < \vartheta < 90^\circ$. Результаты представлены в таблице. Исходя из таблицы, можно увидеть, что различие экспериментальных и теоретических значений радиуса растет с увеличением угла ϑ . Хотя это различие не превышает 8%.

Значения радиус-векторов точек свободной поверхности магнитной жидкости, окружающей цилиндр во внешнем магнитном поле $H_0 = 105 \text{ кА/м}$, полученные экспериментально ($r_{\text{экс}}$) и по решению уравнения (6) ($r_{\text{теор}}$)

J	$r_{\text{экс}} \cdot 10^{-3}, \text{ м}$	$r_{\text{теор}} \cdot 10^{-3}, \text{ м}$	Относительная погрешность, %
0	22,1	22,1	0,0
5	21,7	21,9	0,9
10	21,7	21,5	0,9
15	20,1	20,8	3,4
20	19,1	19,9	4,0
25	17,9	18,6	3,8
30	16,6	17,2	3,5
35	15,4	15,5	0,6
40	14,3	13,8	3,6
45	13,1	12,2	7,4

Заключение

Найденное теоретически распределение магнитного поля, дает объяснение тому, что силами магнитного поля из полости цилиндра жидкость выталкивается. В полости цилиндра магнитное поле близко к нулю. Используемый в опыте цилиндр имел ограниченную длину, вблизи его торцов поле было неравным нулю. В неоднородном магнитном поле на магнитную жидкость действует сила, направленная в сторону большего поля. Магнитная жидкость из полости цилиндра и выталкивалась указанной силой.

Работа выполнялась при финансовой поддержки РФФИ (проект № 17-01-00037).

Список литературы

1. Гогосов В.В., Клименко М.Ю., Симоновский А.Я. Влияние магнитного поля и температуры нагрева полого намагничивающегося цилиндра на тепломассоперенос при охлаждении цилиндра в магнитной жидкости // Магнитная Гидродинамика. 2000. Т. 36. № 3. С. 251–276.

2. Клименко М.Ю. диссертация на тему «Тепло- и массоперенос при охлаждении полого намагничивающегося цилиндра в магнитной жидкости»

3. Налетова В.А., Турков В.А., Пелевина Д.А. Экспериментальное и теоретическое исследование объема магнитной жидкости вокруг твердого намагничивающегося тела в однородном магнитном поле. В сб.: Тезисы докладов «Российская конференция по Магнитной Гидродинамике». Пермь, 2012. С. 73.

4. Налетова В.А., Турков В.А., Пелевина Д.А., Калмыков С.А. Деформация поверхности магнитной жидкости, содержащей намагничивающееся тело, в однородном магнитном поле. В сб.: Тезисы докладов XIV школы – семинара «Современные проблемы аэрогидродинамики». Сочи, 2006. С. 71.

5. Verkhovsky S.N., Mirkin L.I., Simonovsky A.Ya. Structure and properties of steels after controlled quenching in a magnetic fluid. Physics and Chemistry of Materials Processing. 1990. no. 2. P. 127–132.

6. Gogosov V.V., Simonovskii A.Ya. On locally inhomogeneous cooling during quenching in a magnetic fluid. USSR Academy Sci Reports: Fluid and Gas Mechanics. 1989. no. 2. P. 3.

7. Gogosov V.V., Simonovskii A.Ya., Smolkin R.D. Quenching and separation in magnetic fluids. JMMM. 1990. vol. 85. no. 1–3. P. 227.

УДК 004.855.5

**РЕАЛИЗАЦИЯ КЛАССИФИКАТОРА ПРОДУКТОВ ПИТАНИЯ
С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ****Бруевич Н.А.***Московский Технический Университет Связи и Информатики, Москва, e-mail: bruevich@mail.ru*

Сложность определения требуемых для подходящей диеты продуктов питания состоит в том, что различные продукты могут иметь одинаковые показатели соотношения полезных веществ при одинаковой массе, однако оказывать на потребителя абсолютно различные эффекты – как положительные (поддержка или улучшение здоровья), так и отрицательные (ожирение, увеличенное давление и т.д.). В данной статье описана реализация инструмента классификации продуктов питания, использующего интеллектуальный анализ данных. Основной задачей является обучение алгоритма на основе входных значений продуктов питания (белки, жиры, углеводы, калорийность) методами машинного обучения. Важным этапом является проверка признаков продуктов питания на корреляцию в целях уменьшения значимых признаков, что ускорит выполнение обучения программы. Для проверки точности обучения модели использовался метод перекрестной проверки точности классификации. В качестве алгоритмов использовались: метод обратного распространения ошибки, выпрямленная линейная функция и функция обобщения логистической функции для многомерного случая. Для решения поставленной задачи был выбран язык программирования Python 3.6.4 и интерактивная оболочка Jupyter Notebook. Нейронная сеть, архитектура которой представляет собой многослойный перцептрон с 2 слоями по 32 нейрона, разработана в библиотеке Skikit-learn. Данная работа выполнена в рамках курсового проекта по дисциплине «Методы интеллектуального анализа данных», научный руководитель – д.ф.-м.н., профессор Воронова Л.И.

Ключевые слова: Машинное обучение, нейронная сеть, интеллектуальные системы, классификация, skikit-learn**REALIZATION OF FOOD CLASSIFIER USING MACHINE-LEARNING METHOD****Bruevich N.A.***Moscow Technical University of Communications and Informatics, Moscow, e-mail: bruevich@mail.ru*

The difficulty in determining the foods required for a fit diet is that different foods can have the same ratio of nutrients with the same mass, but have completely different effects on the consumer, both positive (supporting or improving health) and negative (obesity, increased pressure, etc.) This article describes the implementation of a food classification tool using data mining. The main task is to train the algorithm based on the input values of food (proteins, fats, carbohydrates, calories) using machine learning methods. An important step is to check the signs of food for correlation in order to reduce significant signs, which will speed up the implementation of the training program. To test the accuracy of the training model used the method of cross-validation of classification accuracy. The following algorithms were used as the algorithms: the error backpropagation method, the rectified linear function, and the generalization function of the logistic function for the multidimensional case. To solve this problem, the programming language Python 3.6.4 and the interactive shell Jupyter Notebook were chosen. The neural network, whose architecture is a multilayer perceptron with 2 layers of 32 neurons, was developed in the Skikit-learn library. This work was carried out as part of the course project on the discipline «Methods of Data Mining», the research supervisor is Dr. of Physics and Mathematics, Professor Voronova L.I.

Keywords: Machine learning, neural network, intelligent systems, classification, scikit-learn

При современном ритме жизни у малого процента населения есть время для соблюдения правильного режима питания, вследствие чего организм получает избыток вредных веществ и недостаток необходимых, что негативно влияет на здоровье. Существует немало средств, позволяющих следить за показателями здоровья и одного из основных его факторов – питания, и одним из лучших методов для данной задачи является, на мой взгляд, методы машинного обучения.

Машинное обучение – класс методов искусственного интеллекта, характерной чертой которых является не прямое решение задачи, а обучение модели и получение решений для вводимых условий в процессе применения решений множества сходных задач [1]. При применении данных методов

система «обучается» самостоятельному вычислению требуемых выходных функций и применению новых данных к этим функциям с последующим выводом результатов вычислений, что позволяет снизить потребность вмешательства человека в технологические процессы.

Рассмотрим задачу классификации пищевых продуктов питания, используя для этого методы машинного обучения. Имеется набор данных, представляющий собой количество основных параметров на 100 г продукта [2].

В зависимости от значений входных признаков нейронная сеть должна относить пример к тому или иному классу из 6 продуктов, а именно колбасные изделия, крупы и каши, молочные продукты, фрукты, овощи и зелень и мясные продукты.

Также, программа должна показывать точность работы нейронной сети.

Для решения данной задачи воспользуемся подвидом нейронной сети – персептроном.

Персептрон, – нейронная сеть прямого распространения сигнала (без обратных связей), в которой входной сигнал преобразуется в выходной, проходя последовательно через один/несколько слоев. Присутствие нескольких скрытых слоев оправдано лишь в случае использования нелинейных функций активации.

Перед управлением входными данными требуется подключить библиотеки для работы с машинным обучением на языке Python, а именно Tensorflow, Scikit-learn, Itertools, Numpy, Pandas и Matplotlib [3].

Сохраняем файл data.xlsx в формате .csv. В результате получили датасет из 542 примеров, которые необходимо классифицировать по классу продукта, к которому он относится.

Импортируем файл data.csv, предоставив ему имя в коде filename, по которому

идёт обращение и считывание данных файла [4].

Для проверки верного считывания данных из файла выводим список, содержащий признаки и выходные значения для обработки.

В качестве оптимального эмпирическим путем была выбрана архитектура модели, – персептрон с 2 скрытыми слоями по 32 нейрона в каждом – 4 входных и 6 выходных.

Выведем графики попарного отношения входных признаков между собой, что покажет взаимное отношение признаков друг к другу в различных классах. Данный метод может быть полезен при выборке наиболее важных отношений признаков для обнаружения главных признаков и/или их корреляций. В данном случае, наблюдается несколько графиков, где большая часть классов идентична на основе двух признаков (жиры-калории, углеводы-калории), однако поскольку признаки взаимосвязаны (калорийность зависит от количества белков, жиров, углеводов) сжатие данных ухудшит показатели точности обучения.

Пример входных данных

Продукт	Белки, г	Жиры, г	Углеводы, г	Калории, ккал
Колбаса вареная диетическая	12.10	13.50	0.00	170.00
Колбаса вареная докторская	12.80	22.20	1.50	257.00
Колбаса вареная куриная	15.50	16.20	2.30	223.00

```
fileName = "data.csv" # файл с данными или путь к нему
# считываем данные из файла |
df = pd.read_csv(fileName,
                  header=0,
                  delimiter=";")
```

Рис. 1. Код импорта датасета

```
features = list(df.columns[:-1]) # ['proteins', 'fats',
label = df.columns[-1]
print(df.head())
```

	proteins	fats	carbohydrates	calories	label
0	12.1	13.5	0.0	170.0	0
1	12.8	22.2	1.5	257.0	0
2	15.5	16.2	2.3	223.0	0
3	12.2	28.0	0.1	301.0	0
4	11.7	22.8	0.2	252.0	0

Рис. 2. Код вывода данных, считываемых из файла data.csv

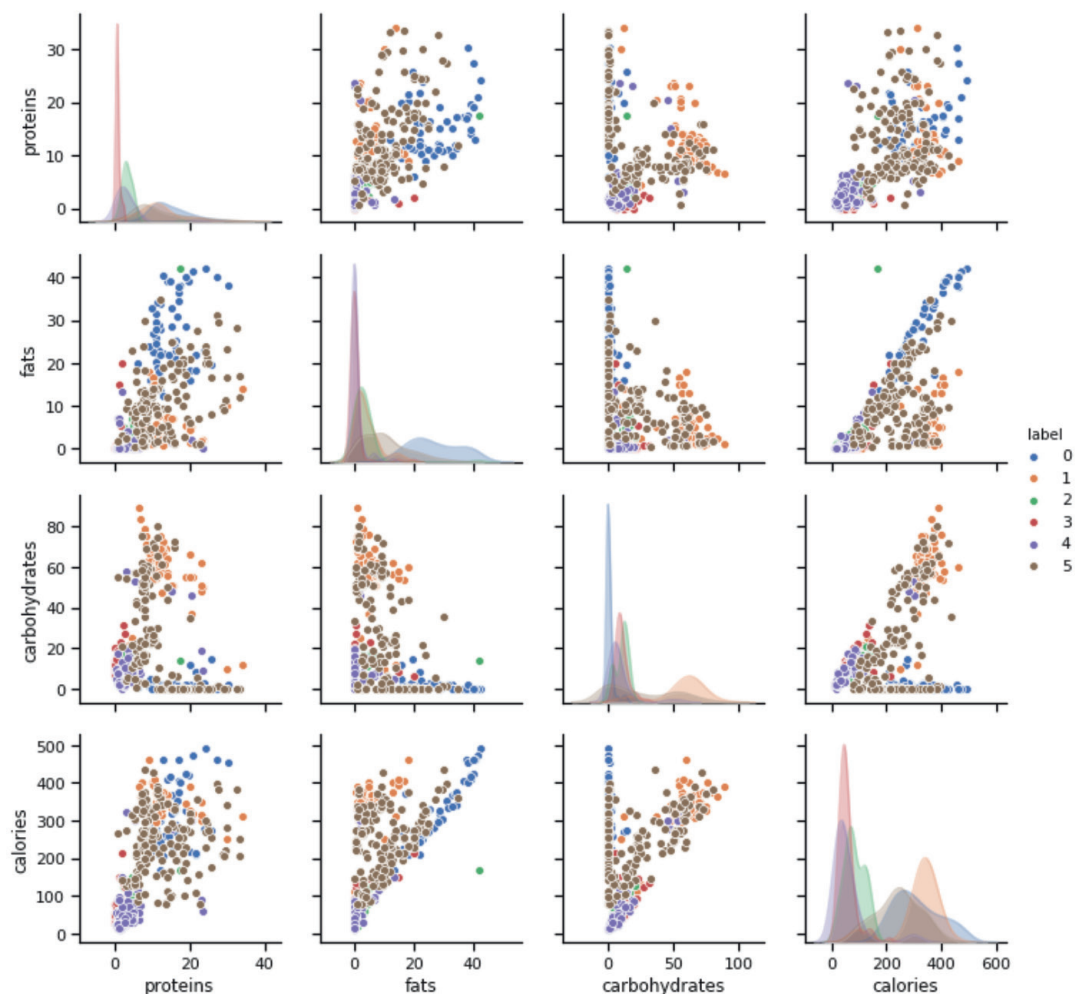


Рис. 3. Отображение классов в графах при попарной зависимости графиков от признаков

```
def create_model():
    # создание модели нейронной сети
    global count_neurons
    input_neurons = len(features)
    output_neurons = count_class
    model = Sequential()
    model.add(Dense(count_neurons, input_dim=input_neurons, activation='relu')) # первый скрытый слой
    model.add(Dropout(0.1)) # отбрасываем часть связей между слоями для избежания переобучения модели
    model.add(Dense(count_neurons, activation='relu')) # второй скрытый слой
    model.add(Dropout(0.1))
    model.add(Dense(output_neurons, activation='softmax')) # выходной слой
    # компилируем модель
    model.compile(loss='categorical_crossentropy', optimizer="adam", metrics=['accuracy'])
    return model
```

Рис. 4. Код создания модели персептрона

В качестве первого входных параметров на слой поступают данные с предыдущего слоя, которые получают собственный вес функцией активации ReLU (функция «выпрямителя», образует переход выхода функции в единицу при аргументе ≥ 0) [5], и затем случайно исключаются методом Dropout (с вероятностью, вводимой разработчиком, исключает каждый нейрон на слое, что позволяет избавиться от проблемы переобучения сети), что позволяет избежать проблемы переобучения сети.

Для обучения и проверки обучаемости изменим представление созданного датасета: используя команду «train_test_split», разделяем изначальный набор данных на 2 набора – тренировочный (X_train, y_train) и тестовый (X_test, y_test) в соотношении 2/1 [6]. После чего иницилируем ранее созданную модель персептрона в качестве обработчика, и используя команду «.fit()», применяем в каждо-

му примеру созданную модель в течение заданного заранее количества итераций (эпох) в процессе выполнения команды.

На основе обучающего датасета применим модель классификатора, описанную ранее, и проверим точность предсказаний классов на тренировочном наборе; результат выполнения программы можно увидеть на рисунке [7].

```
# Обучение нейронной сети
X_train, X_test, y_train, y_test = train_test_split(X, y, test_size=0.33)
model = create_model()
model.fit(X_train, y_train, epochs=epochs, batch_size=batch_size)

Epoch 1/100
334/334 [=====] - 1s 2ms/step - loss: 1.5867 - acc: 0.3623
Epoch 2/100
334/334 [=====] - 0s 578us/step - loss: 1.2120 - acc: 0.5090
Epoch 3/100
334/334 [=====] - 0s 580us/step - loss: 1.0523 - acc: 0.5329
Epoch 4/100
334/334 [=====] - 0s 550us/step - loss: 1.0131 - acc: 0.5509
Epoch 5/100
334/334 [=====] - 0s 558us/step - loss: 0.9320 - acc: 0.6377
Epoch 6/100
334/334 [=====] - 0s 566us/step - loss: 0.9264 - acc: 0.5868
Epoch 7/100
334/334 [=====] - 0s 562us/step - loss: 0.8816 - acc: 0.6347
Epoch 8/100
334/334 [=====] - 0s 550us/step - loss: 0.8347 - acc: 0.6497
Epoch 9/100
334/334 [=====] - 0s 551us/step - loss: 0.8249 - acc: 0.6437
Epoch 10/100
```

Рис. 5. Код обучения нейронной сети и результаты первых итераций

```
# предсказываем класс объекта
y_pred = model.predict_classes(X_test)
y_inv = lb.inverse_transform(y_test)

print("Точность классификации составила: {:.2%}".format(accuracy_score(y_inv, y_pred)))

Точность классификации составила: 78.18%
```

Рис. 6. Код предсказания классов тестового набора, вывод точности классификации

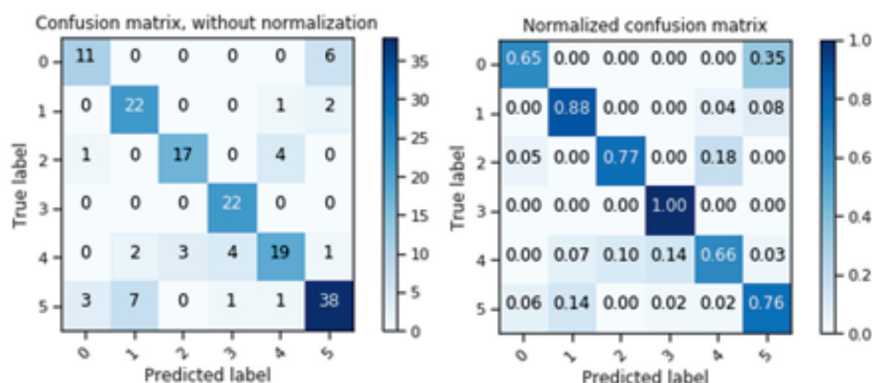


Рис. 7. Матрицы отношения предсказанных значений классов к истинным значениям

После выполнения данных операций строим матрицы точности, которые показывают отношение (нормализованное или первоначальное число) предсказанных классов к истинным значениям в тренировочном наборе, которые можно увидеть на рисунке ниже: данные матрицы дают представление о том, насколько велика доля примеров из тестового набора, классифицированных верно (по-вертикали) к общему числу тестовых примеров, представленных в датасете (по-горизонтали).

Данные матрицы показывают, что лучше всего обученная сеть предсказывает 4-й класс (фрукты), хуже всего предсказание сказывается на 1 м классе (колбасные изделия) из-за схожих показателей входных данных между 1 м классом и классом № 6 (мясные изделия).

Выводы

В данной статье была проанализирована проблема классификации продуктов питания методами машинного обучения; обозначены основные понятия; описан метод обучения на основе многослойного персептрона. Экспериментальной частью явля-

лось написание программы для получения точности классификации на основе тестового набора данных. Полученная программа показывает 80% точности классификации и позволяет визуализировать данные для удобной работы с ними.

Список литературы

1. Воронова Л.И., Воронов В.И. Machine Learning: регрессионные методы интеллектуального анализа данных: учебное пособие. М.: МТУСИ, 2018. 83 с.
2. Калорийность продуктов [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.calorizator.ru/product> (дата обращения: 01.02.2019).
2. Top 20 Python Libraries for Data Science in 2018 [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://www.kdnuggets.com/2018/06/top-20-python-libraries-data-science-2018.html> (дата обращения: 01.02.2019).
3. Python Software Foundation [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://docs.python.org/2/library/csv.html> (дата обращения: 01.02.2019).
4. Курс машинного обучения Andrew Ng Machine Learning [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://www.coursera.org/learn/machinelearning> (дата обращения: 01.02.2019).
5. Доусон М. Программируем на Python. СПб.: Питер, 2014. 416 с.
6. Рашка С. P28 Python и машинное обучение / пер. с англ. А. В. Логунова. М.: ДМК Пресс, 2017. 418 с.

УДК 517.9:51-77

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА В МОДЕЛИРОВАНИИ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Булатов Ю.Н.

ФГБОУ ВО «Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина», Елец,
e-mail: y.bulatov@bk.ru

В статье рассматривается приложение классического математического анализа для построения и исследования экономических процессов. При этом используются прикладные модели, которые имеют дело с исключительно идеализированными экономическими объектами и ситуациями. Главным принципом построения таких моделей является получение аналитических результатов посредством математических доказательств и исследований. Экономико-математическая модель рассматривается как математическое описание экономического объекта или процесса с целью их исследования и управления ими. В исследовании приводятся задачи, в которых используются функциональные зависимости (например, паутиная модель рынка), приложения производных для функций одной и нескольких переменных. Содержание практического материала базируется на экономической трактовке математических понятий. Так производная выступает как скорость изменения некоторого экономического процесса по времени или относительно другого исследуемого факта. Краткое изложение теоретического материала сопровождается решением каждой задачи, что позволяет детально изучить особенности построенной математической модели. Особое внимание уделено актуальным во все времена задачам на оптимизацию процесса производства. Показана роль математического анализа в управлении производством, что приводит к изменению механизма хозяйствования, принципов и методов управления.

Ключевые слова: математическая модель, паутиная модель рынка, экономический процесс, функция спроса, потребления и предложения

THE USE OF MATHEMATICAL ANALYSIS IN THE MODELING ECONOMIC PROCESSES

Bulatov Yu.N.

Bunin Yelets State University, Yelets, e-mail: y.bulatov@bk.ru

The article discusses the application of classical mathematical analysis for the construction and study of economic processes. Herewith applied models are used that deal with exclusively idealized economic objects and situations. The main principle of constructing such models is to obtain analytical results using mathematical proofs and researches. The research presents tasks in which functional dependencies are used (for example, the spider-web model of the market), applications of derivatives for functions of one and several variables. The content of practical material is based on the economic interpretation of mathematical concepts. Thus, the derivative appears as the rate of change of some economic process in time or relative to another fact under research. A summary of the theoretical material accompanies the solution of each problem, which allows to study in detail the features of the constructed mathematical model. Particular attention is paid to the actual at all times tasks to optimize the production process. The role of mathematical analysis in production management, which leads to a change in the mechanism of management, principles and methods of management, is shown.

Keywords: mathematical model, spider-web model of the market, economic process, demand function, consumption function, supply function

В настоящее время для создания экономически развитого общества, активного продвижения научно-технического прогресса особая роль отводится математике. Математические методы сегодня находят широкое применение в различных областях естествознания, и в частности в экономике, поскольку все экономические категории и явления имеют количественную основу. Математический аппарат удобен для построения, анализа и дальнейшего изучения моделей экономических процессов и явлений, что дает возможность строить прогнозы и анализировать рыночную ситуацию. Таким образом, изучение количественных соотношений переходит в исследования качественного содержания наблюдаемых явлений и процессов, и наоборот.

При построении математической модели возможны два подхода: индуктивный – от более простой модели к общей модели всего процесса, и дедуктивный – от общей модели к более конкретной. Примером такого подхода может служить известное произведение «Капитал» К. Маркса. Сначала он вводит понятие относительной стоимости, сопоставляя стоимости разнородных товаров, а затем строит математические модели простого и расширенного воспроизводства и, наконец, приводит математическую модель нормы прибыли, производя при этом ее математический анализ.

Математические модели экономических процессов и явлений (экономико-математические модели) можно классифицировать по разному основанию. Например, по целе-

вому назначению: теоретико-аналитические и прикладные. Первые из них используются в исследованиях общих свойств и закономерностей экономических процессов. Другие применяются в решении конкретных экономических задач. В дальнейшем мы будем рассматривать прикладные модели, которые имеют дело с исключительно идеализированными экономическими объектами и ситуациями. Главным принципом построения таких моделей является получение аналитических результатов посредством математических доказательств и исследований. Модели экономических процессов чрезвычайно разнообразны по форме математических зависимостей. Особую роль в исследовании и построении математических моделей экономических процессов играют основные понятия и характеристики классического математического анализа. Применение теории функций, пределов, определенного и неопределенного интегралов позволяет более глубоко определить сущность экономических процессов, раскрыть новые соотношения между экономическими явлениями, влиять на ход и результаты теоретических исследований. Теория математического анализа моделей экономики в последствии реорганизовалась в отдельную дисциплину под названием математическая экономика.

Анализируя литературные источники по математической экономике, можно сделать вывод, что большинство авторов используют следующее определение экономико-математической модели [1, 2]: экономико-математическая модель – это математическое описание экономического объекта или процесса с целью их исследования и управления ими, это математическая запись решаемой экономической задачи. В учебном пособии [3, с. 6] под моделью понимается материальный или мысленно представляемый объект, который в процессе исследования замещает объект-оригинал так, что его непосредственное изучение дает новые знания об объекте-оригинале. Моделирование в экономике – это воспроизведение экономических объектов и процессов в ограниченных, малых, экспериментальных формах, в искусственно созданных условиях.

В экономике чаще используется математическое моделирование посредством описания экономических процессов математическими зависимостями. Объектом моделирования может быть либо реальная хозяйственная система, либо один или несколько процессов, протекающих в ней. Наиболее часто в экономике фигурирует понятие функции, так как функциональная зависимость позволяет получить наглядное

представление изучаемого процесса или явления. В качестве примера рассмотрим линейную паутиноую модель рынка, в которой спрос $d(p)$ и предложение $s(p)$ являются линейными функциями цены p . Общие положения теории по паутинной модели рынка можно найти в [4]. Мы лишь остановимся на рассмотрении конкретного примера с подробными пояснениями к нему.

Пример 1. В паутинной модели рынка даны функция спроса $d(p) = 24 - \frac{3}{2}p$, функция предложения $s(p) = 3p - 3$ и начальная цена $p_0 = 5$. Построить графики этих функций, найти координаты точки рыночного равновесия и несколько узлов ломаной $\{(q_n, p_n); (q_{n+1}, p_{n+1})\}$. Получить общую формулу для $p_n, n = 1, 2, \dots$. Найти $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n$.

Решение.

Найдем точку рыночного равновесия p^* . Для этого приравняем $d(p)$ и $s(p)$:

$$24 - \frac{3}{2}p^* = 3p^* - 3 \Rightarrow p^* = 6; q^* = s(p^*) = 15.$$

Находим начальное количество товара из функции спроса:

$$q_0 = d(p_0) \Rightarrow q_0 = 24 - \frac{3}{2} \cdot 5 = \frac{33}{2}.$$

Находим текущую цену p_n . Она определяется текущим спросом q_n :

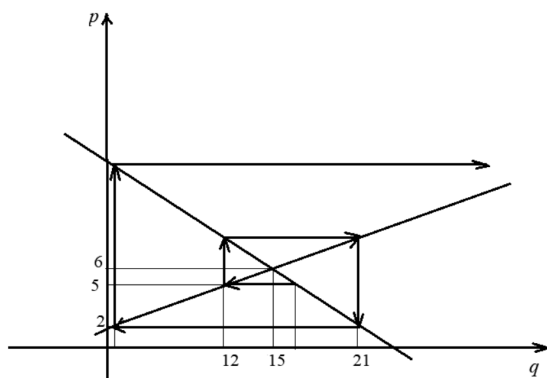
$$q_n = 24 - \frac{3}{2}p_n \Rightarrow p_n = 16 - \frac{2}{3}q_n.$$

Количество товара q_{n+1} , которое будет выпущено в следующем году, определяется функцией предложения, зависящей от текущей цены: $q_{n+1} = 3p_n - 3$.

Последовательно находим точки ломаной: $q_1 = 12, p_1 = 8, q_2 = 21, p_2 = 2, q_3 = 3, p_3 = 14$ и так далее. Результаты расчетов изобразим графически на плоскости $(p; q)$. Для этого выпишем первые точки ломаной: $(\frac{33}{2}; 5), (12; 5), (12; 8), (21; 8), (21; 2), (3; 2), (3; 14)$. Следует отметить, что точки (q_n, p_n) лежат на графике спроса $d(p)$, а точки (q_{n+1}, p_{n+1}) лежат на графике функции предложений $s(p)$. Особое внимание надо обратить на то, что аргумент p откладывают по оси ординат, а функцию q – по оси абсцисс. Последовательно находим точки ломаной: $q_1 = 12, p_1 = 8, q_2 = 21, p_2 = 2, q_3 = 3, p_3 = 14$ и так далее. Результаты расчетов изобразим графически на плоскости $(p; q)$.

Для этого выпишем первые точки ломаной: $(\frac{33}{2}; 5), (12; 5), (12; 8), (21; 8), (21; 2),$

(3; 2), (3; 14). Следует отметить, что точки (q_n, p_n) лежат на графике спроса $d(p)$, а точки (q_{n+1}, p_n) лежат на графике функции предложений $s(p)$. Особое внимание надо обратить на то, что аргумент p откладывают по оси ординат, а функцию q – по оси абсцисс.



В результате получили паутинную модель рынка, в которой функции спроса и предложения имеют линейную зависимость с ценой p .

Найдем теперь общую формулу для p_n , воспользовавшись равенством $p_n = p^* + (p_0 - p^*)k^n$. Здесь k равен отношению коэффициентов при аргументе p , в нашем случае $k = -\frac{3}{2} = -2$. Следовательно,

$p_n = 6 - (-2)^n = 6 + (-2)^{n+1}$ и $|k| = 2 > 1$, поэтому последовательность $\{p_n\}$ является бесконечно большой. На рисунке этот факт отражен направлением стрелок в паутинной диаграмме.

Рассмотрим приложения производной в экономической теории. Математической основой такого приложения является теорема Ферма, которая утверждает: если дифференцируемая на некотором промежутке функция достигает наибольшего или наименьшего значения во внутренней точке этого промежутка, то производная функции в этой точке равна нулю. Экономической интерпретацией теоремы Ферма является базовый закон теории производства, который утверждает, что оптимальный для производителя уровень выпуска товара определяется равенством предельных издержек и предельного дохода. Отсюда следует, что уровень выпуска x_0 является оптимальным, если $MS(x_0) = MD(x_0)$, где MS – предельные издержки, MD – предельный доход.

Обозначим функцию прибыли $C(x)$. Тогда $C(x) = D(x) - S(x)$, где $D(x)$ – функция дохода, а $S(x)$ – функция издержек. Очевидно, что оптимальным уровнем производства

является тот, при котором прибыль максимальна, т.е. такое значение x_0 , при котором функция $C(x)$ имеет экстремум (максимум).

Пример 2. Найти максимальную прибыль, которую может получить производитель при условии, что весь товар реализуется по фиксированной цене $p = 10,5$ (ден. ед.) за единицу товара, а функция издержек имеет вид

$$S(x) = 10 + \frac{x}{2} + \frac{x^2}{4}.$$

Решение.

Найдем функцию прибыли

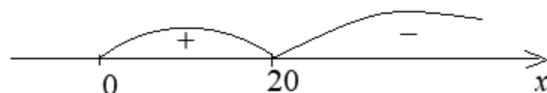
$$\begin{aligned} C(x) &= D(x) - S(x) = \\ &= 10,5x - 10 - \frac{x}{2} - \frac{x^2}{4} = 10x - 10 - \frac{x^2}{4}. \end{aligned}$$

Исследуем эту функцию на экстремум. Для этого найдем производную этой функции:

$$C'(x) = 10 - \frac{x}{2}.$$

$$C'(x) = 0 \Leftrightarrow 10 - \frac{x}{2} = 0 \Leftrightarrow x = 20.$$

Так как x это количество товара, то $x > 0$, поэтому исследуем производную $C'(x)$ на промежутке $(0; +\infty)$. Так как при переходе через точку $x = 20$ производная меняет знак с плюса на минус, то $x = 20$ – точка максимума функции $C(x)$.



$C_{\max} = C(20) = 90$. Поэтому максимальная прибыль производителя составит 90 денежных единиц.

Уровень наиболее экономичного производства определяется равенством средних и предельных издержек. Напомним, что средние издержки $AS(x)$ это издержки по производству товара, делённые на произведённое его количество. Минимум этой величины достигается в критической точке функции $y = AS(x)$. Рассмотрим более подробно задачу, которая приведена в [5].

Пример 3. На начальном этапе производства фирма минимизирует средние издержки. В дальнейшем цена единицы товара устанавливается в размере $p = 537$ (ден. ед.). Какое оптимальное количество товара должна производить фирма, если функция

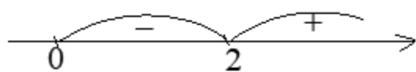
издержек имеет вид: $S(x) = 10 + 2x + \frac{5x^2}{2}$?

Решение.

Средние издержки равны отношению функции издержек произведённого товара к его количеству, т.е.
 $AS(x) = \frac{S(x)}{x} = \frac{10}{x} + 2 + \frac{5x}{2}$. Найдём при каком значении x они принимают минимальное значение:

$$AS'(x) = \frac{S'(x)x - S(x)}{x^2} = \frac{5(x-2) \cdot (x+2)}{2x^2};$$

$$AS'(x) = 0 \Leftrightarrow (x-2) \cdot (x+2) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2.$$



Производная меняет знак с минуса на плюс. Следовательно, $x_{\min} = 2$.

Предельные издержки $MS(x) = S'(x) = 2 + 5x$. При $p = 537$ оптимальное значение выпуска задаётся условием $C(x) = D(x) - S(x) \rightarrow \max$.

Так как $C(x) = 537x - 10 - 2x - \frac{5x^2}{2}$, то $C'(x) = 537 - 2 - \frac{10x}{2} = 535 - 5x$. Следовательно, $C'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 107$.

Значит оптимальное количество выпускаемой продукции $x_{\text{опт.}} = 107$.

Приведем теперь пример приложения дифференциального исчисления функции нескольких (и в частности двух) переменных в экономике. К наиболее часто встречающимся таким функциям относятся функция полезности и производственная функция. При решении задач с указанными функциями используется теоремы, устанавливающие необходимые и достаточные условия существования экстремума, а в случае наложения дополнительных условий задача сводится к исследованию функции одной переменной. Например, производственная функция, выражающая результат производственной деятельности от обусловивших его факторов, наиболее часто встречается в виде функции Кобба-Дугласа $K(x; y) = b_0 x^{b_1} y^{b_2}$.

Важнейшим направлением применения дифференциального исчисления в экономике является введение с его помощью понятия эластичности. Коэффициент эластичности показывает относительное изменение исследуемого экономического показателя под действием единичного относительно изменения экономического фактора, от которого он зависит.

Пример 4. Заданы производственная функция $K(x; y) = 10\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{y}$ и цены $p_1 = 2$ и $p_2 = 4$ за единицу первого и второго ресурсов соответственно, а так же ограничения не более 500 ден. ед. в сумме, которая может быть потрачена на приобретение ресурсов. Найти величины x и y , при которых фирма получит наибольшую прибыль.

Решение.

Так как в задаче речь идет о двух видах ресурсов, то функция издержек будет иметь вид $S(x; y) = 2x + 4y$, а получаемая прибыль

$$\begin{aligned} \mathcal{P}(x; y) &= K(x; y) - S(x; y) = \\ &= 10\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{y} - 2x - 4y. \end{aligned}$$

Максимизируем функцию $\mathcal{P}(x; y)$ при условии $2x + 4y = 500$. С учетом имеющегося ограничения $x = 250 - 2y$ и функция прибыли запишется в виде

$$\mathcal{P}(y) = 10\sqrt{250 - 2y} \cdot \sqrt[3]{y} - 500.$$

Тогда

$$\mathcal{P}'(y) = -\frac{10\sqrt[3]{y}}{\sqrt{250 - 2y}} + \frac{10\sqrt{250 - 2y}}{3\sqrt[3]{y^2}}.$$

$$\begin{aligned} \mathcal{P}'(y) &= 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt[3]{y}}{\sqrt{250 - 2y}} + \frac{\sqrt{250 - 2y}}{3\sqrt[3]{y^2}} = \\ &= 0 \Leftrightarrow -3y + 250 - 2y = 0 \Leftrightarrow y = 50. \end{aligned}$$

В этом случае $x = 150$. Таким образом, наибольшая прибыль будет получена при $x = 150$, а $y = 50$.

Из приведенных примеров можно сделать вывод о том, что уже при решении задач, в которых использовались только основные положения теории функций и экономический смысл производной, можно сделать вывод о том, что модели экономических процессов чрезвычайно разнообразны по форме математических зависимостей. Особенно следует выделить класс линейных моделей, наиболее удобных для анализа, вычислений и наглядной интерпретации, вследствие чего они получили наибольшее распространение (например, линейная модель рынка). Однако, различие между линейными и нелинейными моделями существенны не только с математической точки зрения, но и в теоретико-экономическом отношении, поскольку многие зависимости в экономике носят принципиально нелинейный характер: эффективность использования

ресурсов при увеличении производства, изменение спроса и потребления населения при увеличении производства и т.д. Часть таких зависимостей рассмотрена в примерах 2–4.

Список литературы

1. Багриновский К.А., Матюшок В.М. Экономико-математические методы и модели (микроэкономика): учебное пособие. М.: РУДН, 1999. 183 с.
2. Бережная Е.В., Бережной В.И. Математические методы моделирования экономических систем: учебное пособие. М.: Финансы и статистика, 2006. 432 с.
3. Мирошников А.Л. Курс лекций по дисциплине «Математические методы в экономике». Новосибирск: СГГА, 2006. 136 с.
4. Окунева Е.О., Моисеев С.И. Математические методы исследования экономики. Воронеж: ВФ МГЭИ, 2013. 73 с.
5. Редькина Л.А. Применение методов математического анализа в моделировании экономических процессов // Международный студенческий научный вестник. 2018. № 3 (часть 1). С. 151–154.

УДК 536.24:538.4

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ ГАЗОВОГО ПУЗЫРЬКА В ДВУХСЛОЙНОЙ СРЕДЕ МАГНИТНАЯ И НЕМАГНИТНАЯ ЖИДКОСТЬ

Ганиева М.А., Тимченко Д.А., Симоновский А.Я.

ФГБОУ ВО «Ставропольский государственный аграрный университет», Ставрополь,
 e-mail: inf@stgau.ru

В работе изучается движение пузырька газа, выдуваемого через трубку, расположенную на дне магнитной жидкости, заполняющей стеклянную цилиндрическую колбу. Пузырек всплывает под действием силы тяжести и пересекает границу раздела магнитная – немагнитная жидкость. Немагнитная жидкость является прозрачной жидкостью. Траектория движения пузырька регистрируется скоростной видеокамерой. Найденную из наблюдений траекторию движения пузырька в прозрачной жидкости описывают математическими средствами. Траектория представляет собой спиралевидную кривую, которая во фронтальной проекции имеет вид гармонического колебания. Данное гармоническое колебание подвергается Фурье-анализу, спектр которого представляется на ряде рисунков. Во второй части работы описано явление колебаний поверхности истекающей из отверстия капли магнитной жидкости в переменном магнитном поле промышленной частоты.

Ключевые слова: математическое моделирование, магнетизм, магнитная жидкость, фигуры равновесия, механика жидкости

MATHEMATICAL AND EXPERIMENTAL STUDY OF THE MOTION OF A GAS BUBBLE IN A TWO-LAYER MEDIUM MAGNETIC AND NONMAGNETIC LIQUID

Ganieva M.A., Timchenko D.A., Simonovskiy A.Ya.

Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education Stavropol State Agrarian
 University, Stavropol, e-mail: inf@stgau.ru

This study examines the motion of a gas bubble blown through a tube located at the bottom of a magnetic fluid that fills a cylindrical glass flask. The bubble emerges under the action of gravity and crosses the magnetic – non-magnetic fluid interface. Non-magnetic fluid is a clear fluid. The trajectory of the bubble is recorded with a high-speed video camera. The trajectory of motion of a bubble in a transparent liquid found from observations is described by mathematical means. The trajectory is a spiral curve, which in the frontal projection has the form of a harmonic oscillation. This harmonic oscillation is subjected to Fourier analysis, the spectrum of which is represented in a number of drawings. The second part of the work describes the phenomenon of oscillations of the surface of a drop of magnetic fluid flowing from an aperture in an alternating magnetic field of industrial frequency.

Keywords: mathematical modeling, magnetism, magnetic fluid, equilibrium figures, fluid mechanics

Наблюдение за движением пузырька воздуха, выдуваемого из трубки расположенной у дна немагнитной цилиндрической колбы, заполненной магнитной жидкостью, поверх которой залита прозрачная немагнитная среда, проводилось по схеме, представленной на рис. 1 [1].

В магнитной жидкости 1, покрытой прозрачной немагнитной жидкостью 2, залитый в стеклянный контейнер 3, через трубки 4, выдувался пузырь газа. Вне стеклянного цилиндра, с помощью катушек Гельмгольца 5, создавалось магнитное поле. Пузырек, образованный на дне цилиндра, всплывал и пересекал границу раздела 6 магнитная – немагнитная среда. При пересечении границы он захватывал малый объем магнитной жидкости.

Пузырек, покрытый магнитной жидкостью, двигался вверх по винтовой линии.

Всплытие пузырька, при включенном магнитном поле катушек Гельмгольца, регистрировались цифровой видеокамерой. Результаты этого наблюдения представлены на рис. 2.

С помощью этих рисунков изучалось движение пузырьков разной формы и размеров. Форма и размеры пузырька изменялись величиной приложенного магнитного поля [2].

В вертикальном направлении этих рисунков отложены вертикальные координаты движения пузырька, вдоль горизонтальной оси отложены горизонтальные перемещения пузырька при всплытии.

Траектория всплытия пузырька была описана с помощью математического пакета MathCad и представлена на рис. 3.

Колебание угла φ показанного на рис. 2, а, характеризующего поворот боль-

шой полуоси пузырька эллиптической формы относительно горизонта происходило по закону, графически представленному на рис. 4. Как следует из представленных на рис. 2, а, б траекторий движения пузырька, это движение представляет собой гармонич-

еское колебание. Траекторию движения пузырька при всплывании подвергали анализу Фурье. То есть находили набор гармоник в спектре этого периодического процесса. Найденный спектр имеет вид представленный на рис. 4.

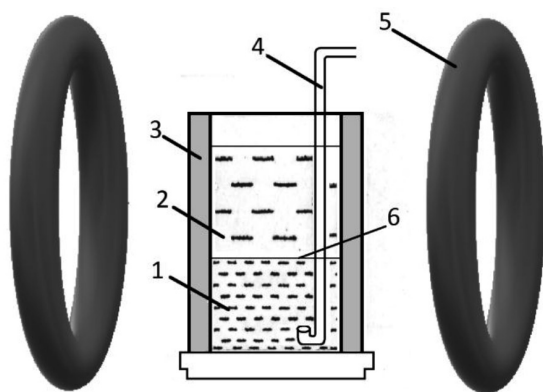


Рис. 1. Схема экспериментальной установки:
1 – магнитная жидкость, 2 – немагнитная прозрачная жидкость, 3 – стеклянный цилиндрический контейнер, 4 – пластиковая трубка, 5 – катушки Гельмгольца, 6 – граница раздела магнитной и немагнитной жидкости

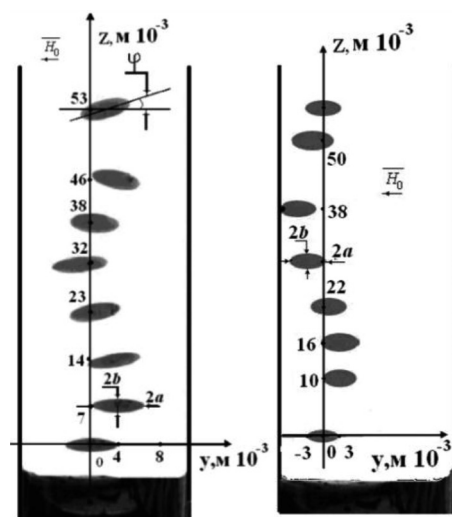


Рис. 2. Этапы движения пузырьков газа, окаймлённых магнитной жидкостью:
 $\vec{H}_0$ – направление внешнего магнитного поля;
a и b – полуоси эллиптического пузырька

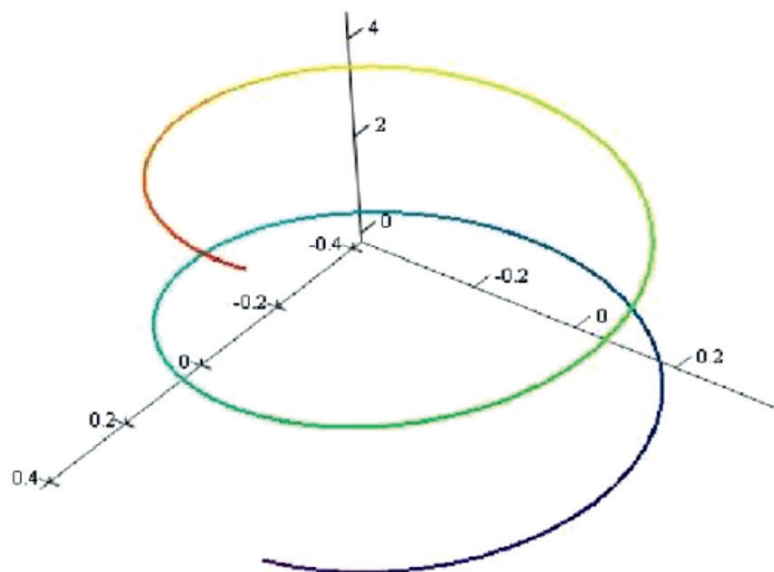


Рис. 3. Винтовая траектория движения пузырька. На осях отложены размеры в $\text{м} \cdot 10^{-2}$

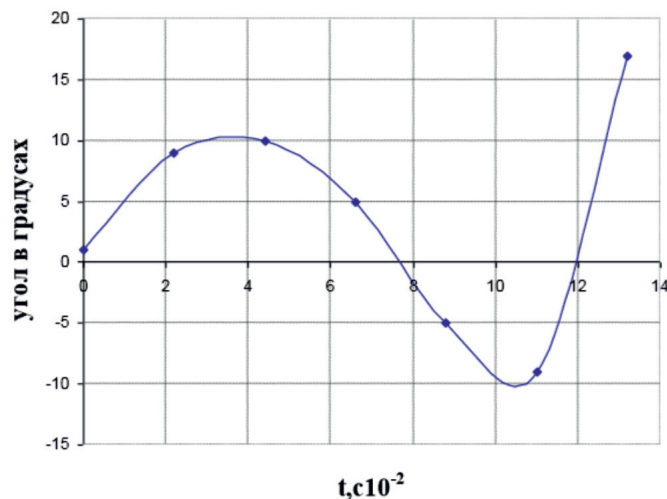


Рис. 4. Зависимость изменения угла φ отклонения большой полуоси (рис. 2, а) пузырька от горизонтальной оси от времени

Многочлен Фурье, характеризующий изменения угла φ при движении пузырька на рис. 2, а имеет вид:

$$\begin{aligned}\varphi_1(t) = & -6,871 + 10,004 \cos\left(\frac{\pi t}{3}\right) + 16,498 \sin\left(\frac{\pi t}{3}\right) - 3,039 \cos\left(\frac{2\pi t}{3}\right) - \\ & - 10,313 \sin\left(\frac{2\pi t}{3}\right) + 1,396 \cos(\pi t) + 7,164 \sin(\pi t) - \\ & - 0,794 \cos\left(\frac{4\pi t}{3}\right) - 5,451 \sin\left(\frac{4\pi t}{3}\right) + \dots\end{aligned}$$

Объем пузырька в прозрачной жидкости менялся по закону приведенному на рис. 5. А пульсирующая форма пузырька мало отличалась от формы эллипсоида вращения с большой полуосью, направленной вдоль вектора внешнего магнитного поля, мог быть представлен в виде многочлена Фурье следующим образом:

а) для пузырька на рис. 2, а

$$\begin{aligned}V_1(t) = & -0,039 + 0,076 \cos\left(\frac{\pi t}{2}\right) + 0,076 \sin\left(\frac{\pi t}{2}\right) - 0,023 \cos(\pi t) - \\ & - 0,056 \sin(\pi t) + 0,01 \cos\left(\frac{3\pi t}{2}\right) + 0,04 \sin\left(\frac{3\pi t}{2}\right) - \\ & - 0,005943 \cos(2\pi t) - 0,031 \sin(2\pi t) + \dots\end{aligned}$$

б) для пузырька на рис. 2, б

$$\begin{aligned}V_2(t) = & 1 - 0,1177 \cos\left(\frac{5\pi t}{18}\right) - 1,568 \sin\left(\frac{5\pi t}{18}\right) + 0,03 \cos\left(\frac{5\pi t}{9}\right) - 0,788 \sin\left(\frac{5\pi t}{9}\right) \\ & + 0,013 \cos\left(\frac{5\pi t}{6}\right) + 0,525 \sin\left(\frac{5\pi t}{6}\right) - 0,007411 \cos\left(\frac{10\pi t}{9}\right) - 0,394 \sin\left(\frac{10\pi t}{9}\right) + \dots\end{aligned}$$

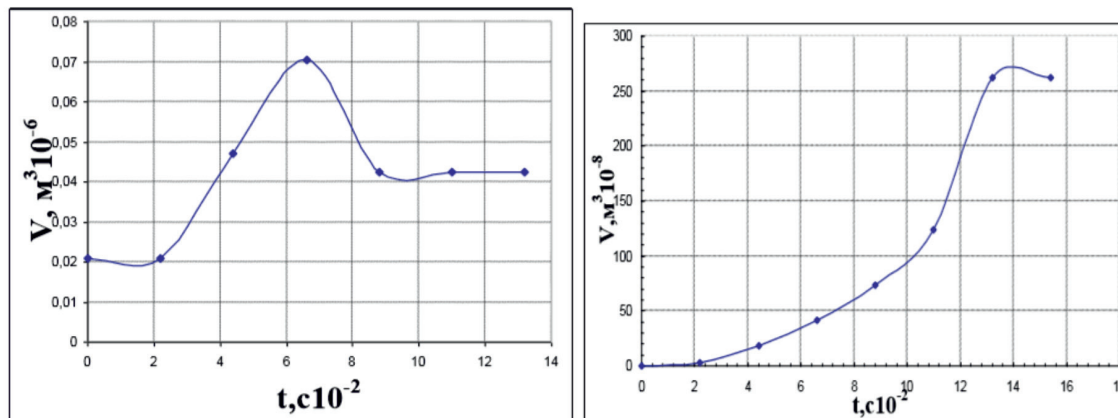


Рис. 5. График зависимости объема пузырька от времени: а) колебания объема пузырька рис. 2, а; б) колебание объема пузырька рис. 2, б

Описанный характер движения пузырька, объяснялся законами гидродинамики немагнитной жидкости омывающей пузырек. Магнитная жидкость, переносимая пузырьками, накапливалась на поверхности прозрачного слоя жидкости. И при достижении большого веса начинает каплями опускаться вниз. Падение капель представлено на рис. 6.

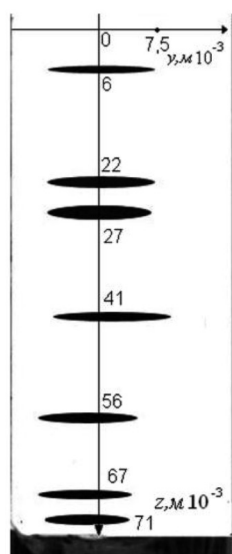


Рис. 6. Кинограмма падения капли магнитной жидкости

Первую половину пути капля движется равномерно и прямолинейно. Заметно лишь колебания объема капли. Вторую половину пути капля проходит по спирали со значительными колебаниями объема. Осуществлялся Фурье-анализ этих колебаний. Результаты разложения колебаний, падающих капель в ряды Фурье представлены графиче-

чески на рис. 7, а, б, где ω – частота колебания, A – амплитуда колебания.

Параметрические колебания капли магнитной жидкости, отрывающейся от горизонтальной поверхности в переменном магнитном поле [3].

Предыдущее наблюдение и анализ имели целью моделировать экспериментально и теоретически явления образования, роста и всплывания пузырьков пара при различных режимах парообразования магнитной жидкости. Для той же цели мы приведены результаты наблюдения роста и отрыва капли магнитной жидкости от горизонтальной поверхности, выполненной из немагнитного материала в зависимости от внешнего постоянного и переменного магнитного поля. Использовался оптический метод регистрации профиля капли на различных стадиях процесса ее роста.

Истечение магнитной жидкости из отверстия на неограниченную поверхность немагнитного контейнера происходило под действием силы тяжести. Получены зависимости объема отрывающейся капли магнитной жидкости от величины приложенного поля. В постоянном горизонтальном поле при напряженности 6,8 кА/м для магнитной жидкости с намагниченностью насыщения 50,9 кА/м наблюдалось увеличение объема оторвавшейся капли в 6 раз. В постоянном вертикальном поле объем отрывающейся капли уменьшался почти в 2 раза. Изменение объема наблюдалось и на двух других концентрациях магнитной жидкости (40,1 кА/м и 32,3 кА/м). Изменение объема капли при отрыве в магнитном поле объясняется изменением параметра смачивания основанием капли поверхности подвеса, за счет этого изменяется величина капиллярных сил, удерживающих каплю [4].

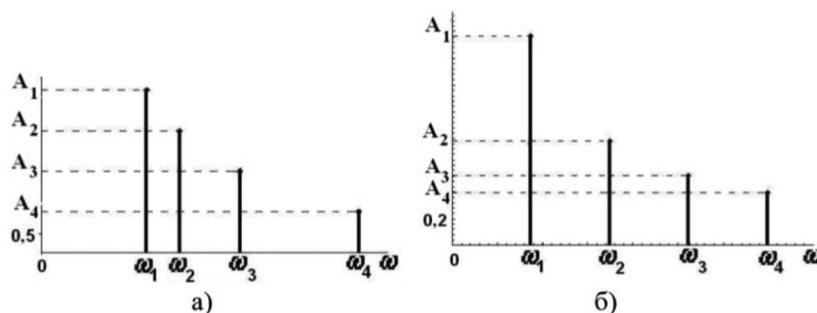


Рис. 7. Спектры колебаний, представленных на рис. 5, а и б, соответственно

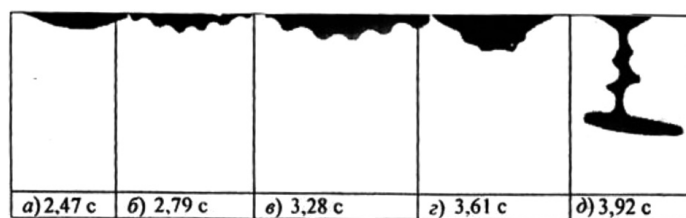


Рис. 8. Возникновение неустойчивости на поверхности капли при напряженности магнитного поля 9,5 кА/м при различных значениях времени

На рис. 8 представлена киногорамма капли, растущей и отрывающейся в горизонтальном переменном магнитном поле при напряженности магнитного поля 9,5 кА/м. Под каждым снимком приведено время регистрации данной формы капли, начиная от момента истечения капли. Из рисунка, видно, что при определенном, достаточно малом, объеме капли на ее поверхности не возникает явления неустойчивости. При достижении каплей определенного объема на поверхности капли начинается бежать волна, наблюдаемая в дальнейшем вплоть до отрыва капли. На момент отрыва капли (рис. 8, д) ее столбик получается ступенчатым с примерно одинаковой длиной ступени, а нижняя часть капли утрачивает осесимметричную форму, удлиняясь в направлении внешнего приложенного магнитного поля [5].

Экспериментальное наблюдение за поведением пузырьков газа, всплывающих в двухслойной среде магнитная – немагнитная жидкость показали, что траектория

всплытия этих пузырьков, при обеспеченных в экспериментах условиях, это движение по спирали с колебаниями горизонтальных осей пузырьков в вертикальной плоскости. Найдены спектры этих колебаний.

Наблюдение за истечением капли магнитной жидкости в переменном магнитном поле промышленной частоты показали, что при определенном объеме растущей капли, на ее поверхности образуется бегущая волна.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 17-01-00037).

Список литературы

1. Yanovskiy A.A., Simonovsky A.Ya., Kholopov V.L., Chuenkova I.Yu. Heat Transfer in Boiling Magnetic Fluid in a Magnetic Field // Solid State Phenomena. 2015. 233-234, 339-343.
2. Abdollahi A. Salimpour M.R., Etesami N. Experimental analysis of magnetic field effect on the pool boiling heat transfer of a ferrofluid // Appl Therm Eng. 2017. 111, 1101-1110.
3. Gogosov V.V., Simonovskii A.Ya., Smolkin R.D. Quenching and separation in magnetic fluids. JMMM. 1990. 85, 227-232.
4. Несис Е.И. Кипение жидкостей. М.: Наука, 1973. 280 с.
5. Розенцвейнг Р. Феррогидродинамика. М.: Мир, 1989. 356 с.

УДК 621.31:519.2

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ В ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКЕ

Гулай Т.А., Полуянов И.А., Чеканов И.И.

ФГБОУ ВО «Ставропольский государственный аграрный университет», Ставрополь,
e-mail: inf@stgau.ru

В этой статье будут показаны различные методы анализа теории вероятности, которые будут давать нам расширенное представление о применении вероятностных расчетов в электроэнергетике. Будут рассмотрены примеры выполнения задач на расчёт надёжности цепей, вероятности обрыва одного, или нескольких элементов, вероятность поломки блока питания, состоящего из последовательно соединённых элементов питания, и вероятность замыкания линий электропередач, состоящих из одной и более фаз питания. Также изучим два метода для решения одной из задач, которые помогут нам определиться с наиболее рациональным, а главное с наименьшим числом погрешности путем решения задачи на разрыв цепи линии электропередачи, что в свое время поможет нам обеспечить конечного потребителя электрической энергией.

Ключевые слова: вероятность, электротехника, электроэнергетика, точность, характеристика, разрыв цепи, блок питания, фаза, генератор, величина погрешности, линия электропередачи

APPLICATION OF PROBABILITY THEORY IN ELECTRIC POWER INDUSTRY

Gulay T.A., Poluyanov I.A., Chekanov I.I.

Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education Stavropol State Agrarian
University, Stavropol, e-mail: inf@stgau.ru

In this article, various methods of analyzing probability theory will be shown, which will give us an extended view of the use of probabilistic calculations in the power industry. Examples of performing tasks for calculating the reliability of circuits, the probability of one or several elements breaking, the probability of a power supply failure consisting of series-connected batteries, and the probability of shorting power lines consisting of one or more power phases will be considered. We will also study two methods for solving one of the tasks that will help us determine the most rational, and most importantly, the smallest number of errors by solving the problem of breaking the power line circuit, which in due time will help us provide the final consumer with electrical energy.

Keywords: probability, electrical engineering, electric power industry, accuracy, characteristic, open circuit, power supply, phase, generator, error value, power line

Теория вероятностей – это математическая наука, которая изучает законы существующей реальности, на которую влияют бесчисленные взаимосвязанные факторы, которые не поддаются какому-либо учету.

Как правило, методы анализа вероятностей в электроэнергетике делятся на два класса: аналитический и статистический метод. Аналитические методы способны дать более широкое представление зависимости характеристики вероятности условий, но применение этих методов тесно связано с определенными математическими трудностями получения зависимостей. При использовании статистических методов нам необходимо задействовать большой объем вычислений, а также немалое количества времени чтобы получить точные решения данной системы [1, 2].

На сегодняшний день крупнейшие электроэнергетические системы являются кибернетически сложными техническими системами. Их аналитическое описание не представляется возможным [3]. В целях развития аналитические методы исследования этих систем вводятся определённые допущения, к ним мы можем отнести:

1. Упрощение структурных и математических моделей устройств и элементов
2. Функциональные преобразования законов распределения случайной величины;
3. Преобразование числовых характеристик;
4. Регрессионный анализ;
5. Факторный анализ;
6. Адекватный выбор закона распределения случайной величины.

Случайные явления называются такие явления, которые при повторном описании того же самого опыта происходят каждый раз по-разному. В системах электроснабжения случайными событиями, как правило, являются процессы изменения значений, характеризующих параметры режима: ток $I(t)$, напряжение $U(t)$, активная мощность $P(t)$, реактивная мощность $Q(t)$, происходящих во времени. Любая реализация определенных условий и действий, при которых наблюдается наблюдаемое случайное явление, называется опытом [4]. Примером может служить фиксирование активной энергии счетчиками через равные промежутки времени t дискретных значений мощности P в течение зимнего (летнего) рабочего дня. Результата-

ми экспериментов являются фиксированные последовательности дискретных значений мощности (P) группы потребителей рабочей мощности. Событие, которое происходит в нас окружающем мире, является результатом воздействия большого количества дру- гих событий [5, 6].

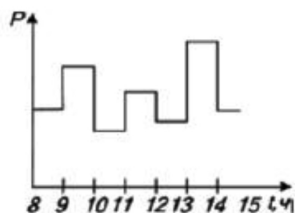


Рис. 1. Последовательность дискретных значений

Для того чтобы понять, как элементы те- ории вероятностей и статистики использу- ются на практике, решим несколько задач:

Задача 1: определить вероятность пере- рыва электроснабжения в схеме, если из- вестны вероятности отказа элементов дан- ной схемы:

$$q_r = 4 \cdot 10^{-3}; q_{\lambda} = 4 \cdot 10^{-3};$$

$$q_{T1} = 4 \cdot 10^{-5}; q_{T2} = 8 \cdot 10^{-5}.$$

$$\begin{aligned} q_{cx} = p(0) &= \sum q_i - \sum q_i q_j + \sum q_i q_j q_k - \prod_1^4 q_i = \\ &= q_r + q_{T1} + q_{\lambda} + q_{T2} - q_r q_{T1} - q_r q_{\lambda} - q_{\lambda} q_{T2} - q_{T1} q_{\lambda} - \\ &- q_{T1} q_{T2} - q_r q_{T2} + q_r q_{T1} q_{\lambda} + q_r q_{\lambda} q_{T2} + q_{T1} q_{\lambda} q_{T2} - q_r q_{T1} q_{\lambda} q_{T2}. \end{aligned}$$

Подставляя значения, получим:

$$q_{cx} \approx 8,08546 \cdot 10^{-3}.$$

Также можно записать, что

$$\begin{aligned} q_{cx} &= q_r + q_{T1} + q_{\lambda} + q_{T2} = 4 \cdot 10^{-3} + \\ &+ 4 \cdot 10^{-5} + 4 \cdot 10^{-3} + 8 \cdot 10^{-5} = 8,1 \cdot 10^{-3}. \end{aligned}$$

Если сравнить два полученных резуль- тата, то их погрешность будет равна 0,9%. Из этого мы можем сделать вывод, что при соединении небольшого числа элементов в цепи, вероятность перерыва электриче- ства будет равна сумме вероятностей отка- зал элементов, входящих в схему [7].

Метод 2:

В предыдущем методе решения вычис- ления были достаточно велики, а при уве- личении числа элементов в цепи, будет уве- личиваться и погрешность в расчётах. Но существует также и другой, более точный способ решения. Чтобы для потребителя

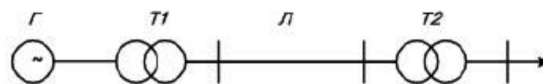


Рис. 2. Схема передачи электричества

Решение: для начала нам необходимо определить вероятности безотказной ра- боты данной системы. Она находится как противоположное событие:

$$p_r = 1 - q_r = 1 - 4 \cdot 10^{-3} = 0,996$$

$$p_{T1} = 1 - q_{T1} = 1 - 4 \cdot 10^{-5} = 0,99996$$

$$p_{\lambda} = 1 - q_{\lambda} = 1 - 4 \cdot 10^{-3} = 0,996$$

$$p_{T2} = 1 - q_{T2} = 1 - 8 \cdot 10^{-5} = 0,99992$$

Задачу можно решить двумя способами: согласно теореме сложения для совместных событий (метод 1) и через противоположные события (метод 2).

Метод 1:

Учитывая, что в системе могут выклю- читься сразу несколько элементов, то веро- ятность перерыва в цепи будет равна:

дошла энергия, необходимо, чтобы все эле- менты цепи работали, а значит, используя теорему для умножения совместных собы- тий, получим:

$$q_{cx} = p_r p_{T1} p_{T2} p_{\lambda}.$$

Вероятность отказа системы найдем как противоположное событие:

$$q_{cx} = 1 - q_{cx} = 1 - p_r p_{T1} p_{T2} p_{\lambda} = 8,08546 \cdot 10^{-3}.$$

$$\text{Ответ: } q_{cx} = 8,08546 \cdot 10^{-3}.$$

Задача 2: вероятность замыка- ния одной фазы линии электропередач $P(A) = 0,02$. Вероятность короткого за- мыкания третьей фазы, учитывая, что одна из трех фаз выведенных из строя $P(B|A) = 0,3$; вероятность короткого за- мыкания третьей фазы при условии, что две другие фазы сломаны $P(C|AB) = 0,4$. Необходимо найти вероятность поломки всей линии электропередач.

Полным выходом из строя ЛЭП называется поломка всех ее фаз, значит, вероятность этого события равна:

Решение:

$$P(ABC) = P(A)P(B | A)P(C | AB) = \\ = 0,02 \cdot 0,3 \cdot 0,4 = 0,0024.$$

Ответ: $P(ABC) = 0,0024$.

Задача 3: Дом обеспечивается электричеством от генератора или через трансформатор. Завтра, с 12.00 до 12.30, планируется остановка генератора на 20 минут, а также отклонение трансформатора на 15 минут. Необходимо найти вероятность того, что произойдет поломка блока питания в доме.

Решение: для начала нам необходимо обозначить прерывание электричества дома буквой А, произойдет оно или нет, будет зависеть от двух параметров: x – момента остановки генератора, а также y – момента отключения трансформатора. Значит, результат, который может быть связан с событием А, может быть представлен точкой Е с координатами $(x; y)$ на плоскости $x-y$, а за начало отсчета возьмем момент времени 12:00, за единицу измерения минуту. Пространство Ω всевозможных исходов Е, которые связаны с отключением генератора и трансформатора, будет представлять собой квадрат со сторонами по 30 минут каждая. Событие А произойдет только тогда, когда генератор и трансформатор будут выключены одновременно. Это условие может быть записано в виде системы неравенств:

$$\begin{cases} x - y \leq 15 \\ x - y \leq 20 \end{cases}$$

Первое неравенство соответствует случаю, когда трансформатор впервые выведен из эксплуатации, а второе – когда генератор впервые остановлен. Эта система на рисунке соответствует площади между соответствующими прямыми линиями. Событию соответствует точка пересечения этой области с помощью площади Ω [8].

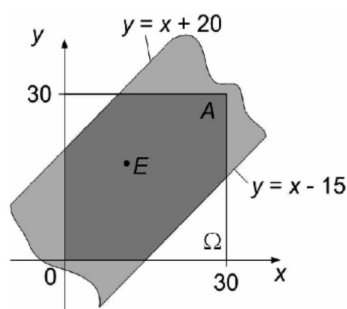


Рис. 3. Пространство всевозможных исходов

Площади областей Ω и S будут равны:

$$S_{\Omega} = 30 \cdot 30 = 900$$

$$S_A = S_{\Omega} - \left(\frac{15 \cdot 15}{2} + 10 \cdot \frac{10}{2} \right) =$$

$$= 900 - 162,5 = 737,5.$$

Тогда вероятность будет равна:

$$P(A) = \frac{S_A}{S_{\Omega}} = \frac{737,5}{900} = 0,819.$$

Ответ: $P(A) = 0,819$.

Задача 4: найти вероятность повреждения блока, который состоит из последовательно соединенных котла, турбины, и генератора, если вероятности повреждения отдельных блоков равны: $q_k = 0,03$, $q_t = 0,02$, $q_g = 0,01$.

Вероятности целостности отдельных элементов:

$$p_k = 1 - 0,03 = 0,97,$$

$$p_t = 1 - 0,02 = 0,98,$$

$$p_g = 1 - 0,01 = 0,99.$$

Найдем вероятность, что все элементы не повреждены:

$$p_{\text{бл}} = p_k p_t p_g,$$

$$p_{\text{бл}} = 0,97 \cdot 0,98 \cdot 0,99 = 0,941.$$

Далее найдем вероятность повреждения блока, как вероятность противоположную вероятности неповрежденного блока:

$$q_{\text{бл}} = 1 - p_{\text{бл}},$$

$$q_{\text{бл}} = 1 - 0,941 = 0,059,$$

Ответ: $q_{\text{бл}} = 0,059$.

Список литературы

1. Маркушевич А.И. Комплексные числа и конформные отображения. Выпуск 13. Популярные лекции по математике. 2-е изд.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1960.
2. Мышкис А.Д. Лекции по высшей математике: учебное пособие. 5-е изд.: Лань, 2007. 640 с.
3. Сикоренко М.А., Ушакова В.С. Использование методов математической статистики и теории вероятностей в экономике // Международный студенческий научный вестник. 2016. № 3–3.
4. Долгополова А.Ф., Морозова О.В., Долгих Е.В., Крон Р.В., Тынянко Н.Н., Попова С.В., Смирнова Н.Б. Теория вероятностей для экономических специальностей на базе excel (практикум) // Международный журнал экспериментального образования. 2009. № 5. С. 19–20.
5. Шеин В.Г., Долгополова А.Ф. Особенности математического моделирования при прогнозировании спро-

са // Современные наукоемкие технологии. 2014. № 5–2. С. 181–183.

6. Мамаев И.И., Бондаренко В.А., Шибяев В.П. Теория вероятностей и математическая статистика в аграрном вузе // Финансово-экономические проблемы развития региона и учетно-аналитические аспекты функционирования предпринимательских структур Сборник научных трудов по материалам Ежегодной 77-й научно-практической конференции ФГБОУ ВПО «Ставропольский государственный аграрный университет» «Аграрная наука – Северо-Кавказскому федеральному округу». 2013. С. 478–482.

7. Долгополова А.Ф., Цыплакова О.Н. Последовательность проведения регрессионного анализа и его применение в экономике / Актуальные вопросы теории и практики бухгалтерского учета, анализа и аудита Ежегодная 75-я научно-практическая конференция. Редколлегия: В.З. Мазлов, А.В. Ткач, И.С. Санду, И.Ю. Скляр, Е.И. Костюкова, Ответственный за выпуск А.Н. Бобрышев. 2011. С. 127–129.

8. Долгополова А.Ф., Шмалько С.П. Особенности преподавания профессионально ориентированного курса математики для студентов экономических направлений // Современное образование. 2017. № 4. С. 39–47.

УДК 511.75:330.4

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ПРИ РЕШЕНИИ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Дмитриенко В.В., Жукова В.А., Порублева Я.В.

ФГБОУ ВО Ставропольский государственный аграрный университет, Ставрополь,
e-mail: inf@stgau.ru

Статья посвящена раскрытию важности теории вероятностей в экономической науке, а также обоснованиям ее применения в решении различных задач, а именно задач в сферах кредитования и страхования. Описываются исторические моменты появления теории вероятностей, а также использование методов теории вероятностей там, где допускается возможным создать и проанализировать вероятностные модели действий либо явлений. В связи с тем, что с помощью теории вероятностей можно решить различные вопросы, связанные с изучением спорных и незаметных взаимосвязей разнообразных событий и явлений в разных отраслях науки, появилась возможность точно определить колебания таких экономических показателей, как спрос, предложение, цены. Для более подробного изучения применения теории вероятностей на практике авторы статьи подробно рассмотрели решение задач как в сфере кредитования, так и в сфере страхования.

Ключевые слова: теория вероятностей, страхование, кредитование, экономическая сфера, формула Бернулли, локальная теорема де Муавра-Лапласа, интегральная формула Лапласа

APPLICATION OF THEORY OF PROBABILITY IN SOLVING ECONOMIC PROBLEMS

Dmitrienko V.V., Zhukova V.A., Porubleva Ya.V.

Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education Stavropol State Agrarian
University, Stavropol, e-mail: inf@stgau.ru

The article is devoted to the disclosure of the importance of probability theory in economics, as well as the rationale for its use in solving various problems, namely problems in the areas of credit and insurance. The historical moments of the appearance of the theory of probability are described, as well as the use of methods of the theory of probability where it is possible to create and analyze probabilistic models of actions or phenomena. Due to the fact that with the help of probability theory it is possible to solve various issues related to the study of controversial and imperceptible interrelations of various events and phenomena in different branches of science, it became possible to accurately determine the fluctuations of such economic indicators as demand, supply, prices. For a more detailed study of the application of the theory of probability in practice, the authors of the article examined in detail the solution of problems both in the field of lending and in the field of insurance.

Keywords: probability theory, insurance, crediting, economic sphere, Bernoulli formula, local de Muavre-Laplace theorem, Laplace integral formula

Теория вероятностей представляет собой науку, которая направлена на исследование вероятностных событий, явлений, процессов, их свойств, качеств, закономерностей. Всё происходящее на рынках финансов, подпадает под действие принципов и законов данной науки, в силу того, что наибольшее число событий на просторах рынка носит случайный характер. С точностью предопределить результаты сделок и операций на финансовых рынках невозможно, потому что последствия зависят от большого количества факторов, предсказать которые достаточно трудно. В математике вероятность определяется как некий показатель, определяющий – случится ли то или иное событие в будущем, который представляется в числовой форме. Значение данного показателя может варьировать от нуля (т.е. событие точно невозможно), до единицы (когда оно несомненно произойдет). Обычно степень вероятности показывают в процентах. При проведении расчетов с исполь-

зование теории вероятностей применяются также методы сложения и перемножения, но придерживаясь определенных правил. Данная наука является важным способом предопределения возможности создания связей и взаимоотношений [1, 2].

При изучении такой математической дисциплины, как «теория вероятностей», возникает вопрос о ее применении в жизни человека. В экономической сфере, которая является одной из важнейших сфер жизни общества, данная дисциплина играет немаловажное значение, поэтому она стала неотъемлемой частью в обучении специалистов, таких как экономист и финансист. В частности, для исследования экономических данных используют формулу Бернулли, локальную теорему де Муавра-Лапласа, интегральную формулу Лапласа.

Хотя история теории вероятностей берет своё начало с XIII века, в России она получила развитие лишь в XIX столетии, во время создания Петербургской математической

школы. Основными ее представителями были П.Л. Чебышев, основатель школы, А.А. Марков и А.М. Ляпунов. Среди их многочисленных заслуг выделяют: расширение и обобщение закона больших чисел; заложение основы теории случайных, или «стохастических», процессов; разработка специального метода характеристических функций для доказательства центральной предельной теоремы при чрезвычайно общих условиях [3].

Теория вероятностей является наукой, которая занимается исследованием использования характерных методов при рассмотрении задач, появляющихся при анализе случайных величин, раскрывая массовые закономерности. Из данного понятия можно сделать вывод, что, если мы исследуем законы, управляющие случайными событиями, тогда сумеем оказать влияние на процесс наступления данных событий.

В экономической науке имеется достаточно количество экономических показателей, вычисление которых не требует точных значений, а допускает наличие небольших отклонений. Методы теории вероятностей необходимо применять там, где допускается возможным создать и проанализировать вероятностные модели действий либо явлений. Примером могут послужить характеристики в сфере кредитования и страхования [4].

Одной из областей в экономике, расчеты в которой позволяют совмещать использование разнообразных методов теории вероятностей, считается сфера страхования. К примеру, с их помощью становится возможным нахождение вероятности наступления каких-либо страховых происшествий (например, наступление смерти гражданина в зависимости от возраста) [5].

Для более подробного изучения применения теории вероятностей на практике наглядно рассмотрим решение задач в сфере страхования [6].

Пример 1.

Страховая компания N заключила 80000 договоров имущественного страхования. Вероятность наступления утраты, недостачи или повреждения имущества по каждому договору в течение года составляет 4 %. Найти вероятность, что таких случаев будет не более 4000.

Решение. По условию задачи $n = 80000$ (было заключено 80000 договоров), $p = 0,04$ – вероятность наступления страхового случая.

Находим $np = 80000 \cdot 0,04 = 3200$. Для того, чтобы рассчитать $P(m \leq 4000)$ необходимо использовать интегральную теорему Муавра-Лапласа, которая имеет следующий вид:

$$P(0 < m \leq 4000) = \Phi_0(x_2) - \Phi_0(x_1)$$

$$x_1 = \frac{0 - 3200}{55} = -58,18$$

и

$$x_2 = \frac{4000 - 3200}{55} = 14,54,$$

которые находятся таким образом:

$$x_1 = \frac{0 - np}{\sqrt{npq}}; \quad x_2 = \frac{4000 - np}{\sqrt{npq}}.$$

По таблице $\Phi(x_1) = 0,5$, при $x_1 = -58,18$, $\Phi(x_2) = 0,5$, при $x_2 = 14,54$.

Находим по таблице значений функции Лапласа:

$$P(0 < m \leq 4000) = \Phi_0(x_2) - \Phi_0(x_1) = \Phi_0(14,54) - \Phi_0(-58,18) = 0,5 + 0,5 = 1.$$

На основании проведенных расчетов можно сказать, что вероятность того, что страховых случаев будет не более 4000, составила 1.

Помимо решения задач в сфере страхования рассмотрим применение теории вероятностей в решении задач, затрагивающих кредитную сферу [7].

Пример 2.

Курс акции, выпущенных кредитной организацией K, в течение 1 дня способен возрасти на 1 пункт с вероятностью 50 %, опуститься – 30 % и не измениться – 20 %. Какова вероятность поднятия курса на 2 пункта за 5 дней.

Решение. При рассмотрении условий задачи видно, что имеют место лишь 2 возможных варианта развития событий:

в первом случае курс может расти на протяжении двух дней, не падая и не меняясь в течение трех дней;

во втором случае – рост замечается на протяжении 3 дней, падение – 1 день, а также курс остается без изменений – 1 день.

Следовательно, можно составить выражение:

$$P(A) = P_5(2, 0, 3) + P_5(3, 1, 1) = \frac{5!}{2!0!3!} 0,5^2 \cdot 0,3^0 \cdot 0,2^3 + \\ + \frac{5!}{3!1!1!} 0,5^3 \cdot 0,3^1 \cdot 0,2^1 = 0,02 + 0,15 = 0,17.$$

На основании проведенных расчетов видно – вероятность того, что за 5 дней торгов курс поднимется на 2 пункта составила 0,17.

При помощи теории вероятностей можно произвести расчеты на нахождение возможной прибыли, которую может получить страховая компания. Однако для этого необходимо знать количество потенциальных клиентов, условия страхового договора и вероятность наступления случаев, прописанных в нем. Следующий пример этим условиям соответствует, и мы можем произвести нужные нам расчеты [8].

Пример 3.

Страховая компания М обладает 100000 потенциальных клиентов. Для того, чтобы заключить договор личного страхования, необходимо заплатить 700 рублей. При наступлении страховых случаев, прописанных в договоре, имеющих вероятность $p = 0,005$, компания обязуется выплатить 55000 рублей. Какую прибыль может получить компания с надежностью 90 %?

Решение задачи необходимо начинать с определения формулы нахождения прибыли страховой компании. Для этого необходимо из общей суммы, которую внесут клиенты, вычесть ту сумму, которая будет выплачена страховой компанией ввиду становления случаев, указанных в страховом договоре.

Таким образом:

$$\Pi = 700 \cdot 100 - 55 \cdot n_0 \text{ тыс. руб.}$$

Чтобы найти n_0 , необходимо воспользоваться формулой Муавра-Лапласа:

$$npq = 100000 \cdot 0,005 \cdot 0,995 = 497,5,$$

$$P_{100000}(0 \leq m \leq n_0) = \frac{1}{2} [\Phi(x_2) - \Phi(x_1)] = 0,90,$$

$$\begin{aligned} \Phi(x_2) &= 1,8 + \Phi(x_1) = \\ &= 1,8 + \Phi(-27,72) = 1,8 - 0,5 = 1,3, \end{aligned}$$

$$x_1 = \frac{0 - 500}{22} = -27,72.$$

Переоценить значение рассматриваемой науки достаточно трудно. С помощью теории вероятностей решают вопросы, связанные с изучением спорных и незаметных взаимосвязей разнообразных событий и явлений в разных отраслях науки. Теория вероятностей дает возможность точно определить колебания таких экономических показателей, как спрос, предложение, цены. Кроме того, теория вероятностей является основой такой науки, как статистика.

Рассматривая сферы применения теории вероятностей, трудно пройти мимо экономических и технических наук. На сегодняшний день сложно вообразить изучение явлений

экономического и технического характера отбрасывая моделирование, которое опирается на использование теории вероятностей [9].

События, происходящие на автомобильных дорогах, уровень безопасности самого автотранспортного средства, автокатастрофы, разнообразные ситуации в процессе проектирования автомагистралей попадают в круг вопросов, решаемых с помощью способов теории вероятностей [10].

Проведенные исследования позволяют сделать вывод о важности практического применения методов теории. На основе решения задач в таких экономических сферах, как кредитование и страхование, мы наглядно увидели, что с помощью представленных методов можно производить расчеты, значимые для фирмы при планировании и прогнозировании, а также необходимые для увеличения эффективности экономики.

Список литературы

1. Долгополова А.Ф., Гулай Т.А., Литвин Д.Б., Мелешко С.В. Теория вероятностей и математическая статистика // Международный журнал экспериментального образования. 2012. № 11. С. 51–52.
2. Волгиянина А.Ф., Сопнева М.В. Применение комбинаторики при решении агрономических задач // Аналитические и финансово-экономические аспекты развития региональной экономики: сборник научных трудов по материалам 82-ой ежегодной научно-практической конференции молодых ученых. 2017. С. 69–74.
3. Долгополова А.Ф., Морозова О.В. Применение Марковских процессов при решении социально-экономических задач // Российский экономический интернет-журнал. 2009. № 1. С. 236–242.
4. Шабалина Т.В., Долгополова А.Ф. Применение методов теории игр при решении задач управления // Современные проблемы развития национальной экономики: сборник статей X Международной научно-практической конференции. 2017. С. 113–116.
5. Долгополова А.Ф., Мелешко С.В., Цыплакова О.Н. Применение анализа чувствительности модели при восстановлении финансового равновесия предприятия. Agrarная наука Северо-Кавказскому Федеральному округу: сборник научных трудов по материалам 80-й Ежегодной научно-практической конференции. Ставропольский государственный аграрный университет; Редакционная коллегия: Костиюкова Е.И., Лещева М.Г., Герасимов А.Н., Склярова Ю.М., Кулиш Н.В., Глотова И.И., Литвин Д.Б., Фролов А.В. 2015. С. 98–103.
6. Камбарова Е.С., Долгополова А.Ф. Эконометрические методы для исследования экономических явлений // Современные наукоемкие технологии. 2013. № 6. С. 69–72.
7. Долгополова А.Ф., Тынянко Н.Н. Анализ модели на чувствительность как способ минимизации риска. Моделирование производственных процессов и развитие информационных систем // Даугавпилсский университет, Латвия, Европейский Союз Белорусский государственный университет, Беларусь Днепрпетровский университет экономики и права, Украина Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Россия Санкт-Петербургский государственный политехнический университет Северо-Кавказский государственный технический университет Ставропольский государственный университет Ставропольский государственный аграрный университет. 2011. С. 134–137.
8. Коннова Д.А., Леликова Е.И., Мелешко С.В. Взаимодействие математики с экономикой // Современные наукоемкие технологии. 2014.
9. Родина Е.В., Саакян Л.Г., Федорев Н.П. Экономический смысл производной // Современные наукоемкие технологии. 2013. № 6.
10. Долгополова А.Ф., Морозова О.В., Долгих Е.В., Крон Р.В., Тынянко Н.Н., Попова С.В., Смирнова Н.Б. Теория вероятностей для экономических специальностей на базе EXCEL (практикум). // Международный журнал экспериментального образования. 2009. № 8. С. 19–20.

УДК 51-7

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОРРЕЛЯЦИОННОГО АНАЛИЗА В ЭКОНОМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

Долгополова А.Ф., Никитина С.Г., Яркова Я.А.

ФГБОУ ВО «Ставропольский государственный аграрный университет», Ставрополь,
 e-mail: inf@stgau.ru

При рассмотрении экономических ситуаций вычисление коэффициента корреляции содержит существенное значение. В экономике, как правило, разнообразные данные объединены между собою стохастической (не строгой) взаимосвязью. Зачастую экономисту доводится иметь дело со статистическими наблюдениями и выполнять по ним конкретные заключения, предоставлять объективные и аргументированные рекомендации. В аналогичных моментах для прогнозирования поведения исследуемого объекта целесообразнее всего пользоваться эконометрическим, в частности, корреляционным, подходом. Различные экономические ситуации могут возникать под воздействием определённых факторов. Но иногда возможность учесть эти факторы в большем количестве в корреляционной модели редко себя оправдывает. Такая модель получается очень объёмной. При этом многие из факторов оказывают незначительное влияние. Поэтому исследователю необходимо для своего изучения отбирать только те факторы, которые наиболее сильно влияют на исследуемый показатель.

Ключевые слова: математическая статистика, корреляционный анализ, экономическая теория, микроэкономические показатели

THE USE OF CORRELATION ANALYSIS IN ECONOMIC RESEARCH

Dolgoplova A.F., Nikitina S.G., Yarkova Y.A.

Federal State Budgetary Education Institution of Higher Stavropol State Agrarian University, Stavropol,
 e-mail: inf@stgau.ru

When considering economic situations, the calculation of the correlation coefficient contains a significant value. In Economics, as a rule, a variety of data combined with each other stochastic (not strict) relationship. Often, an economist is brought to deal with statistical observations and to carry out specific conclusions on them, to provide objective and reasoned recommendations. In similar moments, to predict the behavior of the object under study, it is most advisable to use an econometric, in particular, correlation approach. Different economic situations may be influenced by certain factors. But sometimes the opportunity to consider these factors in greater quantity into the correlation model is rarely justified. This model is very voluminous. However, many of the factors have little impact. Therefore, the researcher needs to select for his study only those factors that most strongly affect the studied indicator.

Keywords: mathematical statistics, correlation analysis, economic theory, macroeconomic indicators

Само понятие «корреляция» в такой науке, как математическая статистика появилось недавно. Основной вклад в изучении этого понятия внесли английские учёные в середине XIX, Френсис Гальтон и Карл Пирсон. Именно этот показатель позволяет получить ответы на интересующие всех вопросы, может ли быть какая-либо связь между случайно выбранными показателями (например, между прибылью и объемом продаж), либо между совершенно разными показателями (например, при исследовании нескольких предприятий). Также определяется зависимость, если эта связь действительно возможна, то зависит ли повышение одного показателя увеличением другого.

Во всех сферах экономической политики происходит регулирование тех или иных определенных экономических параметров. Поэтому такое управление должно учитывать влияние таких параметров на различные экономические среды [1].

Связь какого-либо одного из показателей с другими описывается с помощью

функций одной $y = f(x)$ или нескольких $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ переменных.

На различные экономические ситуации влияют множество различных ситуаций, существующих в действительности. Эти ситуативные факторы не определяются чётко в модели. Они не могут быть выражены количественно и выбираются абсолютно случайно. Также с помощью этих факторов происходит варьирование реальных данных. Возможно также их несовпадение с величинами, рассчитанными по формуле связи переменной с объясняющими признаками [2].

Приведённые выше данные показывают, что не всегда возможность учитывать эти показатели в корреляционной модели себя оправдывает. Такая модель получается очень объёмной и многие из фактов, которые там используются, влияют на модель в меньшей степени, чем другие. С учётом приведённых данных, можно увидеть, что в корреляционную модель включаются только те, которые в наибольшей степени на нее влияют.

Отбор элементов делится на несколько этапов. При самом первом применяется метод качественного анализа, который, в свою очередь, дополняется сопоставлением числовых и количественных данных [3].

На предприятии очень часто необходимо исследовать производство, поэтому актуальным становится изучение зависимостей в производстве. Зависимость такого рода функций, которые основываются на данном анализе, описывают соотношение между показателями деятельности в сфере производства предприятия: объемом выпускаемой продукции, издержками на капитал, фондоотдачей, производительностью труда и т.д. Объем производства осуществляется по формуле (1):

$$P = f(F_1, F_2, \dots, F_n), \quad (1)$$

где P – объем производства;
 F – факторы, определяющие величину выпуска – затраты ресурсов: труда, основных средств, сырья, материалов.

Примером практического использования методов корреляционного анализа может служить решение следующей задачи: необходимо проанализировать финансовое состояние предприятия с учетом факторов, влияющих на наличие необходимых предприятию ресурсов. На РПУП «Торгмаш» основными источниками, определяющими их формирование, являются собственные оборотные средства.

В результате проведения исследования финансовых показателей предприятия было выявлено, что на РПУП «Торгмаш» существует необходимость в собственных оборотных средствах. Всё это влияет на сокращение использования финансовых возможностей и в дальнейшем ведет к шаткому финансовому состоянию предприятия. Для выяснения причин проводятся экономические исследования, цель которых будет состоять в выявлении показателей, таких как – кредиторская задолженность и сумма оборотных активов, влияющих на изменения потребности в собственных оборотных средствах РПУП «Торгмаш».

Поверхностная плотность y , г/м² является одним из важнейших параметров определения структуры трикотажа, который обуславливает расход полотна на единицу изделия. Необходимо определить аналитическую зависимость поверхностной плотности y трикотажа платированных футерованных переплетений, вырабатываемого на крутовязальной машине модели *FIHN* фирмы «Орицио», от длины нитей в петлях при следующих заправочных данных: грунтовая и платированная нити – хлопчатобумажная пряжа линейной плотностью 18,5 текс, фу-

терованная нить – хлопчатобумажная пряжа линейной плотностью 72 текс, раппорт кладки футерной нити $K_f = 1 + 3$ с расположением ее со сдвигом.

В качестве факторов приняты: x_1 – суммарная длина нитей в платировочной/ n и грунтовой 1_{Γ} петлях, / $n + 1$ мм; x_2 – соотношение длин нитей в петле $\frac{1_{\Pi}}{1_{\Gamma}}$; x_3 – длина

футерной нити /ф, мм. Полотна предварительно приводились в условно равновесное состояние путем стирки.

Множественная корреляция является выражением данной зависимости. Также существует возможность выражения криволинейной функции выпуска продукции, которое осуществляется по следующему уравнению (2):

$$P = (a_0 F_1^{a_1} F_2^{a_2} F_3^{a_3} \dots F_n^{a_n}). \quad (2)$$

Есть также возможность для каждой возникшей ситуации определить абсолютную скорость. С помощью этого показателя осуществляется взаимодействие величин в пределе между увеличением объема выпуска продукции с ростом затрат на данный ресурс. Эта абсолютная скорость определяется как частная производная выпуска продукции по затратам данного вида ресурса и рассчитывается по следующей формуле (3):

$$\frac{\partial P}{\partial F_1} = (a_0 a_1 F_1^{a_1-1} F_2^{a_2} F_3^{a_3} \dots F_n^{a_n}). \quad (3)$$

Величина всех показателей уравнения влияет на абсолютную скорость элементов корреляционной связи, т.е. влияет на показатели между всеми ресурсами и выпуском продукции [4].

Относительная скорость также как и абсолютная является не менее важным показателем для подсчета экономических величин. Она показывает как влияет увеличение затрат производства на 1% на выпуск продукции. Относительная скорость изменения объема выпуска продукции от изменения затрат на 1% называется эластичностью выпуска по затратам и обозначается символом «Е» и рассчитывается по формуле (4):

$$E_i = a_i. \quad (4)$$

В качестве функции, показывающей выпуск продукции используется уравнение (2). С учетом этого уравнения мы видим, что эластичность выпуска является величиной постоянной для каждого фактора и приравняется соответственно коэффициенту регрессии. Иными словами, при любом объеме затрат и выпуска продукции, увеличение затрат n -го вида ресурсов на 1% ведет к увеличению выпуска продукции на «а», %.

Также немало важными показателями являются не только абсолютная и относительная скорость, но и средняя и предельная эффективность выпуска продукции [5].

Предельная эффективность для линейных и логарифмических функций определяется как частная производная конечного продукта по объему ресурса. Для n -го ресурса эффективность, может быть, рассчитала по такой же формуле, как и абсолютная скорость (3).

Средняя эффективность выпуска по отношению использования первого ресурса определяется отношением и записывается в виде следующей формулы (5):

$$\frac{P}{F_1} = (a_0 F_1^{a_1-1} F_2^{a_2} F_3^{a_3} \dots F_n^{a_n}). \quad (5)$$

Из вышеперечисленного можно сделать вывод, что предельная эффективность использования ресурсов всегда оказывается ниже средней, так как при $ax > 1$ уравнение (3) меньше уравнения (5). Это справедливо и для всех других ресурсов.

Производственные функции кроме того могут принимать вид модификаций уровня производительности труда. Отличают два типа данных модификаций: первая демонстрирует отличия в степенях производительности труда между фирмами, отпускающими однородную продукцию. Здесь устанавливают взаимозависимость среди подобных факторов, как объем производства, размер и структура производственных фондов, степень специализации, энергооборуженность труда, продолжительность производственного цикла и другие [6].

Корреляционный анализ кроме того способен проводиться и в функциях спроса и предложения. На функцию спроса в большей степени могут воздействовать подобные факторы, как прибыли потребителей, уровень стоимости, а кроме того количественный состав семей. Значимым показателем, демонстрирующим взаимосвязь между доходами покупателей, считается коэффициент эластичности [7].

Обозревание нормативов считается возможностью применения корреляционного анализа. В этом случае с помощью представленного анализа возможно аргументировать уровень косвенных издержек в себестоимости продукта. В случае если анализировать прямые расходы, то они как правило разбираются с точки зрения промышленных характеристик изготавливаемого продукта и с применением установленной технологии его производства, в таком случае размер не прямых издержек обуславливается под влиянием разных факторов разной степени трудности.

Кроме того имеется корреляционная многофакторная модель, которая подразумевает отбор наиболее значительных из моделей.

Нормирование количества персонала также считается важным элементом при применении корреляционных моделей. Число оснащения и рабочих мест в компании непосредственно находится в зависимости от количества основных рабочих. Если же у руководства появляется необходимость в найме обслуживающего и дополнительного персонала, становится видно отсутствие точных критериев. В то время нормативы формируются свободно. Вследствие применения корреляционных моделей делается допустимым установить среднюю численность работников по ремонтным работам и наладке оснащения, вспомогательных работников, разных категорий административно-управленческого персонала в зависимости от главных показателей. Может производиться оценка тесноты корреляционной связи между признаками. Для этого в аналитических группировках межгрупповую дисперсию δ соизмеряют с общей a . Это отношение называется корреляционным и обозначается $\eta = \frac{\delta^2}{a^2}$.

Данная величина характеризует факторный признак, положенный в основание группировки, который вызвал долю вариации результативного признака. Корреляционное отношение по своему абсолютному значению колеблется в пределах от 0 до 1. Чем сильнее факторный признак оказывает влияние на результативный, тем ближе корреляционное отношение к 1. Также можно увидеть и полное отсутствие корреляционной связи, когда факторный признак не влияет на результативный. В таком случае вариация, обусловленная им, будет равна нулю $\delta^2 = 0$ и корреляционное отношение также равно нулю.

Вариация, обусловленная изменением результативного признака, происходящего под воздействием какого-либо факторного признака, равна общей вариации $\delta^2 = a^2$ и корреляционное отношение будет равно единице $\eta^2 = 1$, что говорит о наличии полной связи.

Кроме того, вероятна перекрёстная классификация, допускающая организацию исходных данных с двумя и более условиями, в каковых постепенная последовательность одного фактора сочетается с определённым уровнем другого; иерархическая (гнездовая) классификация, в которой установленное множество одного фактора отвечает случайно подобранному значению другого каждому.

Таким образом, владение инструментальными основами статистического анализа в экономических исследованиях подразумевает умение изыскателя грамотно установить и осуществить расчёт данных (такие, например, как коэффициент корреляции), которые отображают цели, проблемы, а также необходимости проводимого исследования. Кроме того предполагает возможность абсолютно точно толковать результаты исследуемых действий и, в случае если появляется потребность, дополнить либо же отредактировать установленные итоги проведённого исследования. Применение статистических, а кроме того математических способов предоставляет возможность проверки, анализа, а также объяснения необходимости использования тех или иных методов исследования определенного экономического объекта в установленных ситуациях.

Список литературы

1. Литвин Д.Б., Гулай Т.А., Долгополова А.Ф. Коррекция динамического диапазона статистических данных // Статистика вчера, сегодня, завтра: сборник международной научно-практической конференции, посвященной 155-ле-

тию образования Ставропольского губернского комитета статистики, 150-летию образования в России Центрального статистического комитета и Международному году статистики. 2013. С. 148–152.

2. Мамаев И.И., Жукова В.А. Модели азартных игр на занятиях по теории вероятностей // Экономические и информационные аспекты развития региона: теория и практика: Международная научно-практическая конференция. Ставропольский государственный аграрный университет. 2015. С. 172–176.

3. Гулай Т.А., Долгополова А.Ф., Литвин Д.Б., Мелешко С.В. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие. Ставрополь, 2013.

4. Камбарова Е.С., Долгополова А.Ф. Эконометрические методы для исследования экономических явлений // Современные наукоемкие технологии. 2013. № 6. С. 69–72.

5. Жукова В.А., Гулай Т.А., Долгополова А.Ф., Литвин Д.Б. Анализ математических и инструментальных методов экономики // Экономика и предпринимательство. 2017. № 11 (88). С. 935–939.

6. Долгополова А.Ф., Морозова О.В. Применение Марковских процессов при решении социально-экономических задач // Российский экономический интернет-журнал. 2009. № 1. С. 236–242.

7. Бондаренко В.А., Мамаев И.И., Сахнюк П.А., Сахнюк Т.И. Теоретико-вероятностные модели в задачах экономики природопользования // Экономические, инновационные и информационные проблемы развития региона: материалы Международной научно-практической конференции. 2014. С. 62–65.

УДК 519.237.5

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ КОРРЕЛЯЦИИ В ЭКОНОМИЧЕСКИХ РАСЧЕТАХ

Долгополова А.Ф., Проказин А.А.

ФГБУ ВО «Ставропольский государственный аграрный университет», Ставрополь,
e-mail: inf@stgau.ru

Становление экономики как науки происходило совместно с развитием математических методов, которые существенно облегчают экономистам доказательную базу в их исследованиях. В данной статье был рассмотрен корреляционный анализ, который достаточно часто используется в экономических исследованиях в целях определения влияния различных факторов на конечный результат экономической деятельности предприятий. На микроэкономическом уровне исследуется и анализируется деятельность отдельно взятых предприятий и организаций. В свою очередь на макроэкономическом уровне проводятся исследования уже экономических закономерностей в рамках отдельных регионов и производственных отраслей. Была рассмотрена соответствующая теоретическая основа данного метода. Также, было рассмотрено применение метода корреляционного анализа в рамках деятельности фабрики по производству игрушек.

Ключевые слова: корреляционный анализ, коэффициент корреляции, коэффициент регрессии, прямая регрессии, уравнение регрессии

ELEMENTS OF THE THEORY OF CORRELATION TO ECONOMIC CALCULATIONS

Dolgoplova A.F., Prokazin A.A.

Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education Stavropol State Agrarian
University, Stavropol, e-mail: inf@stgau.ru

The formation of Economics as a science occurred together with the development of mathematical methods, which greatly facilitate the evidence base of economists in their research. This article describes the correlation analysis, which is often used in economic research to determine the impact of various factors on the final result of economic activity of enterprises. At the microeconomic level, the activity of individual enterprises and organizations is studied and analyzed. In turn, at the macroeconomic level, studies are already being carried out on economic patterns within individual regions and production sectors. The corresponding theoretical basis of this method was considered. Also, the application of the method of correlation analysis in the framework of the activities of the factory for the production of toys was considered.

Keywords: correlation analysis, correlation coefficient, regression coefficient, direct regression, regression equation

Математические исследования в сфере экономики прямо определяют возможности построения экономических моделей, концепций и вообще движение экономической мысли. Использование математических методов и их приложений в экономических исследованиях помогает экономистам разных категорий анализировать различные факты экономической жизни общества, как на макроэкономическом уровне, так и на микроэкономическом. Анализ экономической действительности по средствам математических методов позволяет строить более эффективные экономические модели, чтобы впоследствии применять их на практике, избегая множества проб и ошибок. Одним из наиболее часто используемых математических методов является корреляционный анализ, появившийся в результате потребности экономической теории в определении связи между двумя событиями, и в определении степени взаимовлияния этих событий друг на друга [1, 2].

Корреляционный анализ – широко известный и эффективный метод математической статистики, позволяющий по сово-

купности значений показателей выявлять и описывать связи между показателями.

Так, если изменение одной из переменных сопровождается изменениями условного среднего значения другой переменной величины, то такая зависимость является корреляционной [3].

Корреляционный анализ рассматривает две основные задачи:

1) Первая задача корреляции – выявление на основе наблюдений за большим количеством факторов того, как изменяется в среднем результативный признак в связи с изменением факториального признака.

2) Вторая задача корреляции – состоит в определении степени тесноты связи коэффициента корреляции.

Корреляционной зависимостью Y от X называют функциональную зависимость условной средней u_x от x : $u_x = f(x)$. Это уравнение называют уравнением регрессии Y на X ; функцию $f(x)$ называют регрессией Y на X , а ее график – линией регрессии Y на X .

При выявлении влияния одних признаков на другие выделяют два признака: факториальный и результативный [4, 5].

Например, уровень заработной платы – факториальный признак, а производительность труда – результативный.

Коэффициент корреляции: это математический показатель, использующийся для определения тесноты связи между двумя величинами при прямолинейной зависимости.

Коэффициент корреляции обозначается буквой r и определяется по формуле:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}},$$

где $\bar{x}$, $\bar{y}$ – выборочные средние.

После выявления коэффициента корреляции необходимо его проанализировать и сделать выводы о тесноте связи. В этом помогут свойства коэффициента корреляции [6].

Свойства коэффициента корреляции r – r изменяется в интервале от -1 до $+1$.

– Знак r означает, увеличивается ли одна переменная по мере того, как увеличивается другая (положительный r), или уменьшается ли одна переменная по мере того, как увеличивается другая (отрицательный r).

– Величина r указывает, как близко расположены точки к прямой линии. В частности, если $r = +1$ или $r = -1$, то имеется абсолютная (функциональная) корреляция по всем точкам, лежащим на линии (практически это маловероятно); если $r \approx 0$, то линейной корреляции нет (хотя может быть не линейное соотношение). Чем ближе r к крайним точкам (± 1), тем больше степень линейной связи [7].

– Коэффициент корреляции r безразмерен, т.е. не имеет единиц измерения.

– Величина r обоснована только в диапазоне значений x и y в выборке. Нельзя заключить, что он будет иметь ту же величину при рассмотрении значений x или y , которые значительно больше, чем их значения в выборке.

– x и y могут взаимозаменяться, не влияя на величину r ($r_{xy} = r_{yx}$).

– Корреляция между x и y не обязательно означает соотношение причины и следствия.

– r^2 представляет собой долю вариabельности y , которая обусловлена линейным соотношением с x .

Регрессия – одно из основных понятий в теории вероятности и математической статистике, выражающее зависимость среднего значения случайной величины от значений другой случайной величины или нескольких случайных величин. Данную зависимость можно, наглядно, увидеть построив прямую регрессии.

Прямая регрессии – это та линия, вокруг которой группируются точки корреляционного поля и которая указывает основное направление, основную тенденцию связи [8].

Прямая регрессии должна отображать изменение средних величин результативного признака (y) по мере изменения величин факторного признака (x) при условии полного взаимопогашения всех прочих – случайных по отношению к фактору (x) – причин. Для построения прямой регрессии необходимо составить уравнение регрессии.

Уравнение регрессии – это уравнение, представляющее отношение между значениями одной переменной (x) и наблюдаемыми значениями другой (y).

При построении уравнения регрессии нам должен быть известен такой показатель как коэффициент регрессии [9].

Этот коэффициент показывают интенсивность влияния факторов на результативный показатель.

$$b_{y/x} = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}.$$

Рассмотрим одну из наиболее часто встречающихся практических задач, использующих в решении регрессионный анализ.

Пусть имеются данные средней производительности труда на одного рабочего y (тыс. руб.) и объема выпуска товара x (тыс. руб.) на 12 фабриках, производящих мягкие игрушки (табл. 1). На основании данных планового отдела предприятий требуется:

1) Определить зависимость (коэффициент корреляции) средней производительности труда на одного рабочего от объема выпуска товара.

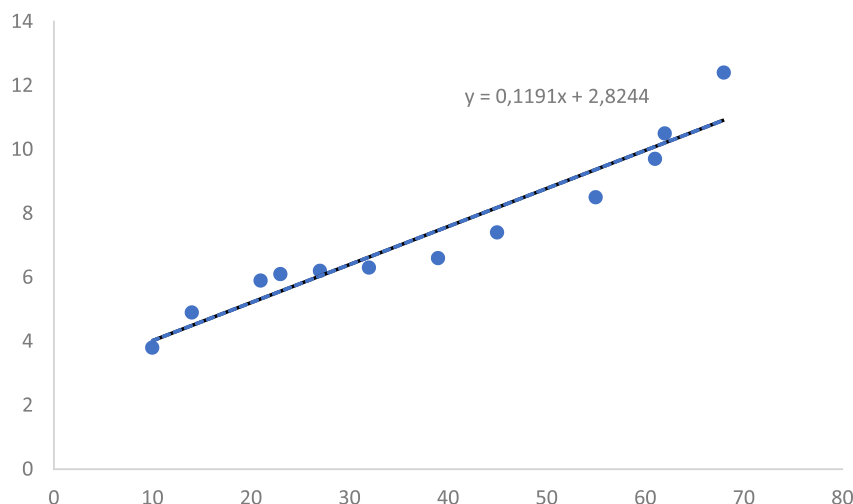
2) Составить уравнение прямой регрессии этой зависимости.

Таблица 1

	Фабрики по производству игрушек											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
X	10	14	21	23	27	32	39	45	55	61	62	68
Y	3,8	4,8	5,9	6,1	6,2	6,3	6,6	7,4	8,5	9,7	10,5	12,4

Таблица 2

	Фабрики по производству игрушек												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
X	10	14	21	23	27	32	39	45	55	61	62	68	457
Y	3,8	4,8	5,9	6,1	6,2	6,3	6,6	7,4	8,5	9,7	10,5	12,4	88,2
X ²	100	196	441	529	729	1024	1521	2025	3025	3721	3844	4624	21779
Y ²	14,44	23,04	34,81	37,21	38,44	39,69	43,56	54,76	72,25	94,09	110,3	153,8	716,3
XY	38	67,2	123,9	140,3	167,4	201,6	257,4	333	467,5	591,7	651	843,2	3882,2



Графическое построение уравнения регрессии

При решении данной задачи мы можем увидеть, что связь между изучаемыми признаками может быть выражена уравнением прямой линии регрессии Y на X : $y_x = ax + b$. Для вычисления параметров a , b и коэффициента корреляции составим расчетную таблицу (табл. 2).

Параметры a , b найдем из системы уравнений

$$\begin{cases} 21779a + 457b = 3882,2 \\ 457a + 12b = 88,2 \end{cases}$$

Получаем $a = 0,12$, $b = 2,8$, тогда уравнение регрессии принимает окончательный вид: $y_x = 0,12x + 2,8$.

Данному уравнению можно дать геометрическую иллюстрацию (рисунок).

Найдем выборочный коэффициент корреляции:

$$r_B = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{\sqrt{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \cdot \sqrt{n \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2}} = \frac{12 \cdot 3882,2 - 457 \cdot 88,2}{\sqrt{12 \cdot 21779 - (457)^2} \cdot \sqrt{12 \cdot 716,3 - (88,2)^2}} \approx 0,959.$$

Итак, после проведенных исследований можно увидеть что, между объемом выпуска товаров x и производительностью труда y на фабриках по производству игрушек существует сильная положительная корреляционная связь. И это значит что, производительность труда полностью влияет на объем выпуска товаров. И если будут проследиваться изменения в производительности труда, то они повлекут за собой изменения объема выпуска.

На основании вышеизложенного можно сказать, что методы корреляционного анализа находят широкое применение во всех разделах экономики. Это может быть и оценка взаимосвязи между международными фондовыми рынками, и определение влияния различных производственных отраслей на общую конъюнктуру рынка, и выявление связи между производительностью труда и объемом выпуска товаров.

Список литературы

1. Камбарова Е.С., Долгополова А.Ф. Эконометрические методы для исследования экономических явлений // Современные наукоемкие технологии. 2013. № 6. С. 69–72.
2. Бондаренко В.А., Мамаев И.И., Сахнюк П.А., Сахнюк Т.И. Теоретико-вероятностные модели в задачах экономики природопользования // Экономические, иннова-

ционные и информационные проблемы развития региона: материалы Международной научно-практической конференции. 2014. С. 62–65.

3. Мамаев И.И., Бондаренко В.А., Шибяев В.П. Теория вероятностей и математическая статистика в аграрном вузе // Финансово-экономические проблемы развития региона и учетно-аналитические аспекты функционирования предпринимательских структур Сборник научных трудов по материалам Ежегодной 77-й научно-практической конференции ФГБОУ ВПО «Ставропольский государственный аграрный университет» «Аграрная наука – Северо-Кавказскому федеральному округу». 2013. С. 478–482.

4. Мамаев И.И., Жукова В.А. Модели азартных игр на занятиях по теории вероятностей // Экономические и информационные аспекты развития региона: теория и практика: международная научно-практическая конференция. Ставропольский государственный аграрный университет. 2015. С. 172–176.

5. Жукова В.А., Гулай Т.А., Долгополова А.Ф., Литвин Д.Б. Анализ математических и инструментальных методов экономики // Экономика и предпринимательство. 2017. № 11 (88). С. 935–939.

6. Долгополова А.Ф., Морозова О.В., Долгих Е.В., Крон Р.В., Тынянко Н.Н., Попова С.В., Смирнова Н.Б. Теория вероятностей для экономических специальностей на базе excel (практикум) // Международный журнал экспериментального образования. 2009. № 5. С. 19–20.

7. Морозова О.В., Долгополова А.Ф., Тынянко Н.Н., Долгих Е.В., Крон Р.В., Попова С.В., Смирнова Н.Б., Демчук А.А. Математическая статистика для экономических специальностей на базе excel (практикум) // Международный журнал экспериментального образования. 2009. № 5. С. 21.

8. Гулай Т.А., Долгополова А.Ф., Мелешко С.В. Математические методы исследования экономических процессов // Международный журнал экспериментального образования. 2016. № 12–1. С. 116–117.

9. Литвин Д.Б., Гулай Т.А., Долгополова А.Ф. Коррекция динамического диапазона статистических данных // Статистика вчера, сегодня, завтра: сборник международной научно-практической конференции, посвященной 155-летию образования Ставропольского губернского комитета статистики, 150-летию образования в России Центрального статистического комитета и Международному году статистики. 2013. С. 148–152.

УДК 517.9

ПРИМЕНЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В МОДЕЛИРОВАНИИ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Кукленкова А.А.

ФГБОУ ВО «Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина», Елец,
e-mail: ledy.cuk2010@mail.ru

В статье рассматривается приложение обыкновенных дифференциальных уравнений для построения моделей и исследования экономических процессов. При этом используются прикладные модели, в описании которых имеют дело с идеализированными объектами в виде различного рода дифференциальных уравнений и их систем. Главным принципом построения таких моделей является сочетание экономической теории с теорией дифференциальных уравнений. Как правило, экономические закономерности представляют собой сложные нелинейные соотношения между экономическими величинами, явный вид которых непосредственно установить затруднительно. При наличии устойчивой закономерности малые изменения величин можно приблизительно заменить дифференциалами, а нелинейные величины их производными. В исследовании приводятся примеры моделей экономических процессов, основу которых составляют обыкновенные дифференциальные уравнения. Содержание практического материала акцентируется на подробном разборе трех задач экономики: эффективность рекламы, спрос и предложение, зависящие от скорости изменения цены, модель рынка с прогнозируемыми ценами. Каждая задача содержит краткое описание необходимой экономической теории, модели в виде дифференциального уравнения, решения этого уравнения и анализа полученных результатов. По типу применяемого математического аппарата в примерах задействованы уравнения с разделяющимися переменными, линейные уравнения первого и второго порядков.

Ключевые слова: математическая модель, экономический процесс, логистическая кривая, спрос и предложения, прогнозируемая модель рынка

APPLICATION OF DIFFERENTIAL EQUATIONS IN THE MODELING ECONOMIC PROCESSES

Kuklenkova A.A.

Bunin Yelets State University, Yelets, e-mail: ledy.cuk2010@mail.ru

The article deals with the application of ordinary differential equations for modeling and study of economic processes. In this case applied models are used that deal with idealized objects in the form of various kinds of differential equations and their systems. The main principle of constructing such models is the combination of economic theory with the theory of differential equations. As a rule, economic laws are complex non-linear relations between economic quantities, the explicit form of which is difficult to establish directly. In the presence of a stable law, small changes in magnitudes can be approximately replaced by differentials, and nonlinear quantities by their derivatives. The study provides examples of models of economic processes, which are based on ordinary differential equations. The content of practical material focuses on a detailed analysis of the three problems of the economy: advertising efficiency, supply and demand, depending on the rate of price change, market model with predicted prices. Each problem contains a brief description of the necessary economic theory, a model in the form of a differential equation, the solution of this equation, and an analysis of the results obtained. According to the type of mathematical apparatus used in the examples, equations with separated variables, linear equations of the first and second orders are involved.

Keywords: mathematical model, economic process, logistic curve, supply and demand, predictable market model

Для создания экономически развитого общества, активного продвижения научно-технического прогресса особая роль отводится высшей математике. Современные ученые используют для исследования экономических процессов методы математического анализа, регрессионного анализа, теории игр, линейного программирования, матричного и векторного исчисления и т.п., которые в свою очередь являются составляющими математического моделирования. Одним из важнейших разделов математики, который имеет большое прикладное значение, является раздел «Обыкновенные дифференциальные уравнения». Кроме общематематического и теоретического интереса, дифференциальные

уравнения находят широкое практическое применение. Например, при решении задач, связанных с оптимальным управлением, экономической деятельностью фирмы или предприятия, организацией производственного процесса и т.д. В виде дифференциальных уравнений записываются соотношения между экономическими переменными, такими как цены, заработная плата, капитал, процентная ставка и др.

Основу экономической теории составляют экономические законы, выраженные в виде количественных соотношений между величинами, характеризующими экономическую систему, или процесс. Такие законы дают возможность исследовать реальные экономические системы на основе матема-

тических моделей. Построение и изучение этих моделей составляет предмет математической экономики, которая рассматривает экономику как сложную динамическую систему.

В исследовании метод моделирования является важнейшим универсальным методом. Модель – «это объект или явление, аналогичные, т.е. в достаточной степени повторяющие свойства моделируемого объекта или явления (прототипа), существенные для целей конкретного моделирования, и опускающие несущественные свойства, в которых они могут отличаться от прототипа» [1]. Модель какой-либо сложной системы тоже представляет собой систему (и нередко весьма сложную), имеющую физическое воплощение либо записанную с помощью слов, цифр, математических обозначений, графических изображений и т. д. Таким образом, можно сказать, что модель – это физическая или знаковая система, имеющая объективное подобие с исследуемой системой в отношении функциональных, а часто и структурных характеристик, являющихся предметом исследования.

Математическая модель представляет собой совокупность уравнений, неравенств, функционалов, логических условий и других соотношений, отражающих взаимосвязи и зависимости основных характеристик моделируемой системы. Однако важное преимущество модели состоит в том, что необъятная с точки зрения полного описания реальная социально-экономическая система заменяется пусть даже непростой, но вполне доступной для анализа и расчетов моделью, которая вместе с тем сохраняет в себе все существенное, что интересует исследователя. Это существенное выступает в модели даже более четко и рельефно, не будучи затемнено всевозможными незначительными частностями и деталями, посторонними и случайными факторами. Модель, возникшая в результате построения, позволяет исследователю экспериментировать с различными параметрами, переменными величинами, условиями и ограничениями и выяснять, к каким возможным результатам это приводит [2].

Для изучения математических моделей экономики, помимо экономической науки, необходимо владеть математическими методами, среди которых аппарат дифференциальных уравнений играет важную роль. Экономические закономерности, как правило, представляют собой сложные нелинейные соотношения между экономическими величинами, явный вид которых непосредственно установить затруднительно. При наличии устойчивой закономер-

ности малые изменения величин можно приближенно заменить дифференциалами. Тогда нелинейные соотношения между величинами, соответственно, заменяются более простыми линейными соотношениями между величинами и их производными. Эти соотношения представляют собой дифференциальные уравнения, с помощью которых строится математическая модель экономической системы или процесса.

Примеры моделей экономических процессов, основу которых составляют дифференциальные уравнения, приведем по сложности используемых уравнений (от простых к сложным). Рассмотрим модели процессов, в которых возникает необходимость использования теории дифференциальных уравнений с разделяющимися и разделёнными переменными. К задачам такого типа относятся, например, задачи об эффективности рекламы, изменении численности населения, зависимости спроса или предложения от цены товара, зависимости функции спроса от эластичности, истощение ресурсов Земли или рост населения, рост денежного вклада в банке и другие.

Пример 1. (Эффективность рекламы). Фирма подготовила для реализации новый продукт. Для его продвижения была проведена рекламная компания, в результате которой о новинке из 10000 потенциальных покупателей узнали 2500 человек. После этого сведения о новом товаре распространяются с помощью передачи информации от одного человека к другому. Обозначим через $x(t)$ число покупателей, знающих о новинке в момент времени t . Изменение этой величины будет пропорционально как числу покупателей, знающих о новинке, так и не знающих о ней, а также промежутку времени dt , за который это изменение происходит, то есть $dx = kx(n - x)dt$, где n – общее число потенциальных покупателей новинки (в нашем случае $n = 10000$), k – коэффициент пропорциональности (будем считать, что $k = 2 \cdot 10^{-6}$ чел./день), $n - x$ – число покупателей, не знающих о новинке ($n - x = 10000 - 2500 = 7500$) Используя уравнение логистической кривой [3], получим зависимость $x(t)$ с учетом данных нашей задачи:

$$x(t) = \frac{n}{1 + (\gamma - 1)e^{-nkt}} = \frac{10000}{1 + 3 \cdot e^{-2 \cdot 10^{-2} t}}.$$

Предположим, что $t = 20$ дней, тогда $x(20) = 3321$, т.е. за 20 дней о новинке будут знать приблизительно 3321 покупатель.

Допустим теперь, что $t = 30$, тогда о новинке будут знать приблизительно $x(30) = 3778$ покупателей. Таким образом, за 30 дней о новинке будут знать 6278 человек.

Пример 2. (Спрос и предложение). Спрос и предложение – экономические категории товарного производства, возникающие и функционирующие на рынке, в сфере товарного обмена. Рассмотрим какой-нибудь товар. Обозначим через p цену на товар, а через $\frac{dp}{dt} = p'$ – так называемую тенденцию формирования цены (производную цены во времени). Рассмотрим случай, когда спрос и предложение зависят от скорости изменения цены [3, с. 10]. В зависимости от разных факторов спрос и предложение могут быть различными функциями цены и тенденции формирования цены. Одним из экономических законов товарного производства является закон спроса и предложения, который заключается во взаимозависимости спроса и предложения и их объективном стремлении к соответствию. Для экономики представляет интерес условие, при котором спрос равен предложению, т.е. $s(p, p') = q(p, p')$. При этом цена $p = p_0$ называется равновесной. Обе функции s и q являются линейными относительно переменных p и p' . Следовательно, решение задач на спрос и предложение приводит к необходимости использования теории линейных дифференциальных уравнений первого порядка. Описание методов решения таких уравнений можно найти в [4].

Например, функции спроса и предложения имеют вид:

$$s = 4 \cdot \frac{dp}{dt} + p + 19;$$

$$q = 3 \cdot \frac{dp}{dt} - 2p + 28 - e^{-3t}.$$

Равновесие между спросом и предложением сохраняются при условии при условии

$$4 \cdot \frac{dp}{dt} + p + 19 = 3 \cdot \frac{dp}{dt} - 2p + 28 - e^{-3t}$$

или, когда выполняется равенство

$$\frac{dp}{dt} = +3p = e^{-3t} + 9. \quad (1)$$

В результате получено линейное неоднородное дифференциальное уравнение первого порядка с постоянными коэффициентами. Для его решения применим метод И. Бернулли: общее решение ищем в виде $p = u \cdot v$, где $u = u(t)$, $v = v(t)$. Тогда $p' = u'v + uv'$. Подставляя p и p' в (1), приходим к уравнению

$$\frac{du}{dt} \cdot v + u \cdot \left(\frac{dv}{dt} + 3v \right) = e^{-3t} + 9. \quad (2)$$

Ищем v :

$$\frac{dv}{dt} + 3v = 0 \Rightarrow \frac{dv}{v} = -3dt \Rightarrow \ln|v| = -3t \Rightarrow v = e^{-3t}.$$

Подставляя найденное значение v в уравнение (2), найдем u :

$$\frac{du}{dt} \cdot e^{-3t} = e^{-3t} + 9 \Rightarrow \frac{du}{dt} = 1 + 9e^{3t} \Rightarrow$$

$$u = t + 3e^{3t} + c.$$

Общее решение уравнения (1) запишется в виде

$$p = e^{-3t} (t + 3e^{3t} + c).$$

Найдем зависимость равновесной цены от времени, если в начальный момент $p = 23$:

$$23 = 0 + 3 + c \Rightarrow c = 20.$$

Таким образом, искомая зависимость имеет вид

$$p = e^{-3t} (t + 3e^{3t} + 20).$$

Чтобы узнать является ли данная равновесная цена устойчивой, найдем $\lim_{t \rightarrow \infty} p$ при этом получающуюся в ходе вычислений неопределённость $\frac{\infty}{\infty}$ будем раскрывать по правилу Лопиталья.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} p = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{t + 3e^{3t} + 20}{e^{3t}} =$$

$$= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1 + 9e^{3t}}{3e^{3t}} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{27e^{3t}}{9e^{3t}} = 3.$$

Следовательно, равновесная цена является устойчивой.

Пример 3. (Модель рынка с прогнозируемыми ценами). В данной модели используется теория линейных дифференциальных уравнений второго порядка. Обычно в простых моделях рыночной экономики спрос и предложение зависят от текущей цены на товар. Однако в реальных ситуациях существует зависимость от тенденции ценообразования и темпов изменения цены. В моделях с непрерывными и дифференцируемыми по времени t функциями эти характеристики описываются соответственно первой и второй производными функции цены $p(t)$. Например, пусть функции спроса $s(t)$ и предложения $q(t)$ имеют следующие зависимости от цены p :

$$s(t) = p'' - 2p' - 6p + 36,$$

$$q(t) = 2p'' + 4p' + 4p + 6.$$

Принятые зависимости реалистичны, так как если темп цены растет ($p' > 0$), то интерес к товару на рынке то же растет и наоборот, если темп цены падает, то и интерес к товару падает. Причем быстрый рост цены отпугивает покупателя, поэтому слагаемое с первой производной функции цены входит с знаком минус. В то же время темп изменения цены влияет на усиление предложения (рост цены увеличивает предложение), поэтому слагаемое, содержащее p' , входит в $q(t)$ со знаком плюс. Установим зависимость цены от времени. Воспользуемся, как и в предыдущем примере, условием равновесного состояния рынка $s(t) = q(t)$. Исходя из этого условия, получаем уравнение

$$p'' - 2p' - 6p + 36 = 2p'' + 4p' + 4p + 6$$

или

$$p'' + 6p' + 10p = 30. \quad (3)$$

Получено линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Его общее решение складывается из общего решения соответствующего однородного уравнения и частного решения данного неоднородного уравнения [5, с.73-81].

Общее решение однородного уравнения $p'' + 6p' + 10p = 0$ найдем исходя из вида корней характеристического уравнения

$$k^2 + 6k + 10 = 0 \Rightarrow k_{1,2} = -3 \pm i.$$

Так как корни характеристического уравнения являются комплексными, то общее решение однородного уравнения имеет вид $\tilde{p} = e^{-3t}(c_1 \cos t + c_2 \sin t)$, где c_1 и c_2 – произвольные постоянные.

В качестве частного решения возьмем постоянную установившуюся цену

$\hat{p} = p_{st}$. Подставляя это значение в формулу (3), найдем, что $\hat{p} = 3$. Таким образом общее решение уравнения (3) имеет вид: $p(t) = e^{-3t}(c_1 \cos t + c_2 \sin t) + 3$.

Учитывая, что

$$\lim_{t \rightarrow \infty} p(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} (e^{-3t}(c_1 \cos t + c_2 \sin t) + 3) = 3,$$

делаем заключение: все интегральные кривые имеют горизонтальную асимптоту $p = 3$. Это означает, что все цены стремятся к устоявшейся цене $\hat{p} = 3$ с колебаниями около неё, причем амплитуда колебаний затухает со временем.

Из рассмотренных задач можно сделать вывод, что методы моделирования с помощью дифференциальных уравнений широко применяются для решения экономических задач. Анализ полученных общих и частных решений позволяет выявить резервы повышения эффективности производства, установить зависимости между спросом и предложением.

Список литературы

1. Пелих А.С., Терехов Л.Л., Терехова Л.А. Экономико-математические методы и модели в управлении производством. Ростов н/Д.: Феникс, 2005. 248 с.
2. Гладышева А.В. Исследование экономических процессов методами математической экономики // Социально-экономические явления и процессы. 2010. № 6 (022). С. 56–62.
3. Некоторые приложения обыкновенных дифференциальных уравнений в экономике: методические указания для студентов всех форм обучения [Сост.: О.В. Авдеева, О.И. Микрюкова]. Вологда: ВоГУ, 2015. 43 с.
4. Елецких И.А. Учебно-методическое сопровождение дисциплины «Дифференциальные уравнения»: учебно-методическое пособие. Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина, 2018. 63 с.
5. Елецких И.А., Мельников Р.А., Саввина О.А. Дифференциальные уравнения: учебное пособие. Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина, 2006. 253 с.

УДК 519.111.3

СОВРЕМЕННЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ ПРИМЕНЕНИЯ ЗАДАЧ КОМБИНАТОРИКИ

Ледовская Я.О., Щёкина Е.О.

ФГБОУ ВО «Ставропольский государственный аграрный университет»,
Ставрополь, e-mail: inf@stgau.ru

В статье рассмотрены основные направления применения комбинаторных задач, описываются исторические моменты появления задач комбинаторики. Авторами упоминаются книга Джеймса Андерсона «Дискретная математика и комбинаторика» и фундаментальный труд Г.Ф. Лейбница «Рассуждения о комбинаторном искусстве». Рассматриваются правила сложения и умножения в комбинаторике. Раскрываются различные виды соединения и показано как используется бином Ньютона. Рассматриваются задачи о числе размещений без повторений и о числе размещений с повторениями, перестановки без повторений и перестановки с повторениями на конкретных практических примерах. Авторы в статье указывают на тот факт, что комбинаторика может быть применена в различных сторонах нашей повседневной жизни, например, мы сталкиваемся с данным понятием в лингвистике при рассмотрении вариантов комбинации букв, перетекающих в слова, в медицине, при расшифровке кода ДНК, выявляя таким путем наследственную предрасположенность человека к определенным заболеваниям, в экономической практике для решения важных экономических задач, специалисты часто применяют математическую модель анализа различных ситуаций.

Ключевые слова: комбинаторные задачи, правила сложения и умножения в комбинаторике, различные виды соединения, бином Ньютона, задача о числе размещений без повторений, задача о числе размещений с повторениями, перестановки без повторений, перестановки с повторениями

MODERN TRENDS IN THE APPLICATION OF COMBINATORICS TASKS

Shchekina E.O., Ledovskaya I.O.

Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education Stavropol State Agrarian
University, Stavropole-mail: inf@stgau.ru

The article describes the main areas of application of combinatorial problems, describes the historical moments of the emergence of combinatorial problems. The authors mention James Anderson's book Discrete Mathematics and Combinatorics and the fundamental work of G.F. Leibniz «Discourses on combinatorial art.» The rules of addition and multiplication in combinatorics are considered. Various types of compounds are disclosed and it is shown how the Newton bin is used. We consider the problem of the number of placements without repetitions and the number of placements with repetitions, permutations without repetitions and permutations with repetitions on specific practical examples. The authors of the article point to the fact that combinatorics can be applied in various aspects of our daily life, for example, we are confronted with this concept in linguistics when considering options for a combination of letters flowing into words, in medicine, when deciphering a DNA code, identifying in this way hereditary predisposition of a person to certain diseases, in economic practice for solving important economic problems, specialists often use a mathematical model for analyzing various situations.

Key words: combinatorial problems, rules of addition and multiplication in combinatorics, various types of compound, binomial theorem, the problem of the number of placements without repetitions, the problem of the number of placements with repetitions, permutations without repetitions, permutations with repetitions

Людам часто приходится сталкиваться с проблемой, когда нужно подсчитать число всех возможных способов расположения предметов и исхода какого-либо события. Человеку требуется находить всевозможные варианты, которые в последующем складываются в самые различные комбинации. С поиском комбинаций такого рода приходится иметь дело представителям многих профессий. Например, логисту, при составлении расписания движения, учителю, при назначении дежурств в классе, химику, выбирающему из многих комбинаций химических элементов наилучшую.

С задачами комбинаторики людям приходилось сталкиваться еще в глубокой древности. Дальнейшее развитие комбинатори-

ки произошло в связи с появлением таких игр как: шашки, домино и шахматы. Для оценки шанса на победу, опытные игроки применяли технику вычисления общего количества ходов, включая как положительные, так и отрицательные исходы. В результате создавался набор комбинаций, которые способствовали увеличению вероятности выигрыша. В математической науке исследование такого рода представляют особую дисциплину – теорию вероятностей, рассчитать которую без комбинаторики будет крайне затруднительно [1, 2].

В настоящее время комбинаторика получила обширное распространение и имеет огромное значение во всевозможных областях жизнедеятельности. С комбинаторными величинами сталкиваются представи-

тели многих профессий: ученый – химик, биолог, конструктор, диспетчер, астролог, экономист. Тенденция усиления интереса к комбинаторике обуславливается бурным развитием кибернетики и вычислительной техники. Понятие комбинаторики представляет собой раздел математики, базирующийся на изучении всевозможных сочетаний, перестановок, размещений, перечислений тех или иных элементов. Главная задача комбинаторики состоит в выборе правильной комбинаторной конфигурации, которая определяет метод возведения конкретной конструкции из элементов исходного множества. Примерами комбинаторных конфигураций являются блок-схемы и латинские квадраты, факториалы [3].

В книге Джеймса Андерсона «Дискретная математика и комбинаторика» выделяются следующие основные операции и связанные с ними задачи комбинаторики:

- 1) образование упорядоченных множеств, составление перестановок;
- 2) образование подмножеств, путем составления сочетаний;
- 3) образование упорядоченных подмножеств – составление размещений.

Все разнообразие комбинаторных формул может быть выведено из двух основных утверждений, касающихся конечных множеств – правило суммы и правило произведения.

Множество является упорядоченным, если каждому его элементу соответствует некоторое число от 1 до n , где n – число элементов множества.

Рассмотрим правила сложения и умножения в комбинаторике [4].

Правило суммы. Если два действия A и B взаимно исключают друг друга, причем действие C можно выполнить m способами, а B – n способами, то выполнить одно любое из этих действий (либо A , либо B) можно $n + m$ способами.

Правило произведения. Пусть требуется выполнить последовательно k действий. Если первое действие можно выполнить n_1 способами, второе действие n_2 способами, третье – n_3 способами и так до k -го действия, которое можно выполнить n_k способами, то все k действий вместе могут быть выполнены:

$$N = n_1 \times n_2 \times \dots \times n_k.$$

Раскроем такие виды соединения как сочетания без повторений и сочетания с повторениями.

Классической задачей комбинаторики является задача о числе сочетаний без повторений, содержание которой можно выразить вопросом: сколькими способами

можно выбрать m из n различных предметов? [3]

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}.$$

Рассмотрим задачу о числе сочетаний с повторениями: имеется по r одинаковых предметов каждого из n различных типов; сколькими способами можно выбрать m из этих предметов?

$$C_n^{-m} = C_{n+m-1}^m = \frac{(n+m-1)!}{m!(n-1)!}.$$

Сочетание играет важную роль в математической науке, очень часто оно используется в биноме Ньютона.

Бином Ньютона – формула разложения натуральной степени двучлена $(a+b)^n$ в многочлен. Многочлены, являющиеся суммой двух слагаемых, называются биномами. Их можно представить в следующем виде:

$$(a+b)^n = a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \dots + C_n^k a^{n-k} b^k + \dots + C_n^{n-1} a b^{n-1} + b^n.$$

Неотрицательные целые числа $C_n^1, C_n^2, \dots, C_n^{n-1}$ называются биномиальными коэффициентами [5].

Формула была выведена английским математиком Исааком Ньютоном для общего случая, когда показатель степени будет произвольным, комплексным или же действительным числом.

Определить значения биномиальных коэффициентов для любой степени можно с помощью таблицы, которая получила название треугольника Паскаля.

В комбинаторике также используется факториал, который определяет натуральное число n как произведение всех натуральных чисел от 1 до n и задается следующей формулой:

$$n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n.$$

Для примера вычислим факториалы 4 и 6 [6, 7]

Решение:

$$4! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$$

$$6! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 = 720$$

Рассмотрим такие виды соединения как размещения без повторений и размещения с повторениями.

Задача о числе размещений без повторений, содержание которой можно выразить вопросом: сколькими способами можно вы-

брать и разместить по m различным местам m из n различных предметов?

Еще одной составляющей комбинаторики является задача о числе размещений с повторениями, содержание которой можно выразить вопросом: сколькими способами можно выбрать и разместить по m различным местам m из n предметов, среди которых есть одинаковые?

$$A_n^{-m} = n^m.$$

Рассмотрим перестановки без повторений и перестановки с повторениями.

Задачу о числе перестановок без повторения можно выразить вопросом: сколькими способами можно разместить n различных предметов на n различных местах?

$$P_n = n!$$

Для случая, когда среди выбираемых n элементов есть одинаковые, задачу о числе перестановок с повторениями можно выразить вопросом: сколькими способами можно переставить n предметов, расположенных на n различных местах, если среди n предметов имеются k различных типов ($k < n$), т. е. есть одинаковые предметы.

Рассмотрим на конкретных практических примерах как работают некоторые правила в комбинаторике [8].

Пример № 1. В магазине подарков в преддверии Нового года проходит акция: 2 набора конфет по цене одного. Маша и Настя решили воспользоваться этим специальным предложением. Им необходимо выбрать 4 из 10 имеющихся различных наборов. Сколькими способами это можно сделать?

Решение. Из 10 наборов конфет нужно выбрать 4, причем порядок выбора не имеет значения. Таким образом, применяя правило комбинаторики, а именно, сочетания без повторений, нужно найти число сочетаний из 10 элементов по 4:

$$C_{10}^4 = \frac{10!}{6! \times 4!} = 210$$

Ответ: 210 способов.

Таким образом, комбинаторика может быть применена в различных сторонах нашей повседневной жизни. Так, к примеру, мы сталкиваемся с данным понятием даже в лингвистике при рассмотрении вариантов комбинации букв, перетекающих в слова. Высокие технологии помогают применять комбинаторику даже в медицине, при расшифровке кода ДНК, выявляя таким путем наследственную предрасположенность человека к определенным заболеваниям. Но

все же главной родоначальной областью применения комбинаторики является математика, поскольку сам термин был введен в математический обиход еще немецким философом Г.Ф. Лейбницем, который в 1666 году закрепил само понятие «комбинаторика» в своем фундаментальном труде «Рассуждения о комбинаторном искусстве». Более того, отдельные элементы комбинаторики, осуществляющие различные функции, играют существенную роль в экономической практике. Для решения важных экономических задач, специалисты часто применяют математическую модель анализа различных ситуаций. Методы комбинаторики используются для нужд управления, планирования, бухгалтерского учета, статистики и экономического анализа. Они позволяют решить сложные проблемы экономического развития как на микро-, так и на макроуровнях. Путем комбинации различных данных, мы можем, на примере конкретного предприятия, рассчитать вероятность возникновения рисков, связанных с понесением убытков, потерей бизнеса и деловой репутации [9].

Людей, занимающихся анализом и расчетно-экономической деятельностью, называют аналитиками. Они могут рассчитать потенциальные возможности той или иной фирмы посредством использования свойств комбинаторики. Специалисты проводят мониторинг рынка, выявляют уровень цен и конкурентоспособность отдельно взятого хозяйственного субъекта. Аналитики занимаются сбором ценной информации и выявляют дальнейшие тенденции изменений на рынке. Множество финансовых учреждений на сегодняшний день зачастую просто нуждаются в аналитиках, поскольку они делают прогнозы на стоимость ценных бумаг, драгоценных металлов, недвижимости, а также таких важных социально-экономических проблем, таких как: уровень безработицы в стране, инфляция. Таким образом, важнейшие элементы комбинаторики, состоящие из расчетно-аналитической работы, статистики, вероятностного наступления какого-либо события, позволяют вовремя выявлять существенные экономические проблемы и предотвращать их возникновение в будущем.

Список литературы

1. Крицкий О.Л., Михальчук А.А., Трифонов А.Ю., Шинкеев М.Л. Теория вероятностей и математическая статистика для технических университетов. I. Теория вероятностей: учебное пособие. Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2010. 212 с.
2. Жукова В.А., Гулай Т.А., Долгополова А.Ф. Решение экономических задач с помощью экономико-математических моделей // Глобальные тенденции и национальные

вызовы научно-технологического развития в условиях инновационной экономики: сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции. 2018. С. 211–213.

3. Волгиянина А.Ф., Сопнева М.В. Применение комбинаторики при решении агрономических задач // Аналитические и финансово-экономические аспекты развития региональной экономики: сборник научных трудов по материалам 82-ой ежегодной научно-практической конференции молодых ученых. 2017. С. 69–74.

4. Гулай Т.А., Долгополова А.Ф., Жукова В.А., Мелешко С.В., Неведомская И.А. Элементы теории вероятностей и математической статистики: учебное пособие. Ставрополь, 2017. 116 с.

5. Долгополова А.Ф., Гулай Т.А., Литвин Д.Б., Мелешко С.В. Теория вероятностей и математическая статистика // Международный журнал экспериментального образования. 2012. № 11. С. 51–52.

6. Бондаренко В.А., Мамаев И.И., Сахнюк П.А., Сахнюк Т.И. Теоретико-вероятностные модели в задачах эко-

номики природопользования // Экономические, инновационные и информационные проблемы развития региона: материалы Международной научно-практической конференции. 2014. С. 62–65.

7. Мамаев И.И., Жукова В.А. Модели азартных игр на занятиях по теории вероятностей // Экономические и информационные аспекты развития региона: теория и практика: Международная научно-практическая конференция. Ставрополь: Ставропольский государственный аграрный университет, 2015. С. 172–176.

8. Бондаренко В.А., Донец З.Г., Цыплакова О.Н. Теория игр и финансовые рынки // Финансово-экономические и учетно-аналитические проблемы развития региона: материалы Ежегодной 78-й научно-практической конференции. 2014. С. 231–236.

9. Долгополова А.Ф., Гулай Т.А., Жукова В.А. Особенности построения модели оценки оптимальности по Парето // Аграрная наука, творчество, рост: сборник научных трудов по материалам VIII Международной научно-практической конференции. 2018. С. 136–139.

РЕШЕНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Михоненко В.И., Эфендиев И.А.

ФГБОУ ВО «Ставропольский государственный аграрный университет», Ставрополь,
e-mail: inf@stgau.ru

В статье рассмотрены экономические задачи, решение которых происходит с использованием теории вероятностей. Показан процесс решения некоторых экономических задач с помощью теории вероятностей. Авторы на примере экономической задачи, решаемой с помощью формулы полной вероятности, достаточно подробно описали ход ее решения. Также приведен пример экономической задачи, решаемой с помощью формулы Бернулли с полным описанием самого решения задачи. В статье отмечена важность владения данным материалом экономистами, поскольку правильное применение методов теории вероятностей помогает правильно спрогнозировать возможность успеха или неудачи с максимальной точностью. В связи с этим, авторы смело подчеркивают, что экономистам необходимы знания теории вероятностей для применения в своей профессиональной деятельности, что поможет повысить эффективность экономики.

Ключевые слова: теория вероятностей, вероятность, полная вероятность, формула Бернулли, экономика, экономические задачи

THE SOLUTION OF ECONOMIC TASKS WITH THE HELP OF PROBABILITY THEORY

Mihonenko V.I., Efendiyev I.A.

Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education Stavropol State Agrarian
University, Stavropol, e-mail: inf@stgau.ru

The article deals with economic problems, the solution of which occurs using probability theory. The process of solving some economic problems with the help of probability theory is shown. The authors, using the example of an economic problem solved with the help of the formula of total probability, described in detail the course of its solution. An example of an economic problem solved using the Bernoulli formula with a complete description of the problem solution itself is also given. The article noted the importance of economists owning this material, since the correct application of the methods of probability theory helps to correctly predict the possibility of success or failure with maximum accuracy. In this regard, the authors boldly emphasize that economists need knowledge of the theory of probabilities for application in their professional activities, which will help improve the efficiency of the economy.

Keywords: probability theory, probability, total probability, Bernoulli formula, economics, economic tasks

Во все времена люди имели потребности во благах. В современном мире в связи с увеличивающимися потребностями населения появляется необходимость в расширении рынка товаров и услуг, что влечет за собой развитие экономической науки.

Экономика – это наука, которая изучает, как люди используют имеющиеся ограниченные ресурсы для удовлетворения своих неограниченных потребностей в жизненных благах [1].

Экономика призвана ответить на три основных вопроса:

- какие товары и услуги надо производить и в каком количестве;
- каким образом и с помощью каких ресурсов будут произведены товары и услуги;
- для кого производить услуги и товары.

Несмотря на то, что экономическая наука существует не одно столетие и имеет большую теоретическую базу, она не в силах предвидеть изменения в будущем и дать точные прогнозы. Это связано с тем, что многие экономические показатели носят харак-

тер случайных отклонений. Поэтому чтобы экономистам рассчитать наиболее выгодный вариант с высокой точностью, необходимо применять знания теории вероятностей.

Теория вероятностей – наука, изучающая закономерности в массовых случайных событиях. Случайным событием называют какой-либо факт, который может произойти или не произойти при определенной совокупности условий. Совокупность всех условий, при которых наблюдается то или иное событие, определяется как опыт или эксперимент [2].

Вероятность рассматривают как некоторый критерий возможности наступления определенного события. Возможные значения вероятностей изменяются в диапазоне от 0 до 1. Событие, вероятность появления которого равна 0, называется невозможным, то есть это событие никогда не произойдет при заданных условиях. Событие с вероятностью, равной 1, считают достоверным, речь идет о событиях, которые обязательно произойдут при данных условиях [3].

События, одно из которых обязательно произойдет в результате опыта, составляют полную группу. Сумма значений вероятностей наступления событий из полной группы равна единице. Например, если вероятность увеличения цены товара в ближайший месяц равна 0,3, а вероятность того, что цена останется неизменной – 0,65, вероятность уменьшения цены несложно найти. Так как эти события составляют полную группу (одно из них обязательно произойдет), то вероятность того, что цена товара уменьшится, равна 0,05, так как $1 - 0,3 - 0,65 = 0,05$ [4].

Сумма вероятности наступления события и вероятности того, что оно не произойдет, также равна 1. Так как возможен только один из вариантов: наступит событие или нет.

На практике мы имеем дело с независимыми событиями, то есть одно событие не влияет на появление другого, и зависимыми, когда наступление событий взаимосвязано.

Для решения задач используют формулы сложения вероятностей, когда необходимо найти вероятность появления хотя бы одного события, и формулу умножения вероятностей, если важно совместное наступление событий.

При решении задач с независимыми событиями мы работаем с вероятностями появления одного или нескольких событий независимо от других. Бывают ситуации, когда необходимо найти вероятность наступления определенного количества событий.

Рассмотри задачу с независимыми событиями. Две организации производят одинаковую продукцию. Вероятность того, что АО «Стройка» выйдет на мировой рынок, равна 0,6, а вероятность выхода на мировой уровень ПАО «Стройоптторг» равен 0,7. Найти вероятность того, что только одна организация выйдет на мировой рынок [5.6].

Для решения этой задачи отметим события, о которых говорится в задаче:

A – событие, что АО «Стройка» организация выйдет на мировой рынок,

B – событие, что ПАО «Стройоптторг» организация выйдет на мировой рынок.

Имеем дело с событиями:

A_1 – событие, что АО «Стройка» организация выйдет на мировой рынок, при этом ПАО «Стройоптторг» не выйдет на мировой рынок,

B_1 – событие, что ПАО «Стройоптторг» организация выйдет на мировой рынок, а АО «Стройка» не выйдет на мировой рынок.

Определим вероятности этих событий:

$$\begin{aligned} P(A_1) &= P(A) \cdot P(B) = \\ &= 0,6 \cdot (1 - 0,7) = 0,6 \cdot 0,3 = 0,18, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(B_1) &= P(B) \cdot P(A) = \\ &= 0,7 \cdot (1 - 0,6) = 0,7 \cdot 0,4 = 0,28. \end{aligned}$$

Теперь найдем сумму этих вероятностей, так как нам не важно, какое именно событие из двух произойдет:

$$P(A_1 + B_1) = 0,18 + 0,28 = 0,46.$$

Ответ: вероятность того, что только одна из организаций выйдет на мировой рынок, равна 0,46.

Часто вероятность наступления события зависит от другого события. Если событие A может произойти только вместе с одним из других событий ($H_1, H_2, \dots, H_n$), образующих полную группу, то формула нахождения вероятности будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{aligned} P(A) &= P(H_1) \cdot PH_1(A) + \\ &+ P(H_2) \cdot PH_2(A) + \dots + P(H_n) \cdot PH_n(A). \end{aligned}$$

Эта формула называется формулой полной вероятности, а события $H_1, H_2, \dots, H_n$ – гипотезы [2].

Приведем пример экономической задачи, решаемой с помощью формулы полной вероятности. Экономист полагает, что вероятность роста стоимости акций некоторой компании в следующем году будет равна 0,75, если экономика страны будет на подъеме; и эта же вероятность будет равна 0,3, если экономика страны не будет успешно развиваться. Вероятность экономического подъема в новом году равна 0,8. Оценить вероятность того, что акции компании поднимутся в цене в следующем году [2].

Для решения этой задачи необходимо выбрать события, о котором идет речь в задаче:

A – событие, что акции компании в следующем году поднимутся в цене.

Далее мы определяем гипотезы:

H_1 – гипотеза, что экономика страны будет на подъеме,

H_2 – гипотеза, что в стране не будет успешного развития экономики.

Определим вероятности гипотез:

$P(H_1) = 0,8$ (по условию); $P(H_2) = 1 - 0,8 = 0,2$, так как эти события образуют полную группу.

Из условия известны вероятности наступления события при выполнении гипотез:

$$PH_1(A) = 0,75; PH_2(A) = 0,3.$$

Применив формулу полной вероятности, найдем вероятность повышения цены акций компании в следующем году:

$$\begin{aligned} P(A) &= P(H_1) \cdot PH_1(A) + P(H_2) \cdot PH_2(A); \\ P(A) &= 0,8 \cdot 0,75 + 0,2 \cdot 0,3 = 0,66. \end{aligned}$$

Ответ: вероятность того, что акции компании в следующем году увеличатся в цене, равна 0,66.

Также в экономической практике приходится работать с последовательностью событий, вероятность которых не зависит от наступления других. Вероятность наступления таких событий вычисляется по формуле Бернулли [7]:

$$P(A) = C_n^m \cdot p^m \cdot q^{n-m},$$

где n – общее число исходов,
 m – число благоприятных исходов,
 p – вероятность наступления благоприятного исхода,
 q – вероятность наступления противоположного исхода,
 C_n^m – количество способов выбора комбинации, в которую входит необходимое сочетание благоприятных и противоположных им событий.

Пример экономической задачи, решаемой с помощью формулы Бернулли. В городе 10 коммерческих банков. У каждого риск банкротства в течение года составляет 10%. Чему равна вероятность того, что в течение года обанкротится больше одного банка? [2].

В данной задаче можно выделить 11 событий: событие, что обанкротятся 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 банков. Все эти события составляют полную группу, так как обязательно произойдет одно из них. Следовательно, сумма вероятностей всех событий равна 1. Таким образом, чтобы ответить на вопрос задачи, можно найти вероятность, того что обанкротится 1 банк и вероятность того, что не один банк не обанкротится, и вычесть их сумму из единицы.

Определим события, которые мы будем рассматривать:

A – событие, что в течение года обанкротится больше одного банка,

B – событие, что в течение года не один банк не обанкротится,

C – событие, что в течение года обанкротится 1 банк.

Мы выяснили, что

$$P(A) = 1 - (P(B) + P(C)).$$

Воспользуемся формулой Бернулли для нахождения вероятности события B , подставив нужные значения [8]:

$n = 10$, так как всего рассматривается 10 банков;

$m = 0$, так как мы рассматриваем вариант, что не один банк не обанкротится;

$p = 0,1$, так как в условии сказано что вероятность события, что банк обанкротится равна 10% (10% от 1 – 0,1);

$q = 1 - 0,1 = 0,9$ – вероятность, что банк не обанкротится.

$$\begin{aligned} P(B) &= C_{10}^0 \cdot 0,1^0 \cdot 0,9^{10-0} \approx \\ &\approx \frac{10!}{0!(10-0)!} \cdot 1 \cdot 0,349 \approx 0,349. \end{aligned}$$

Теперь найдем вероятность события C . В этом случае переменные принимают следующие значения: $n = 10$, $m = 1$, $p = 0,1$, $q = 0,9$.

$$\begin{aligned} P(C) &= C_{10}^1 \cdot 0,1^1 \cdot 0,9^{10-1} \approx \\ &\approx \frac{10!}{1!(10-1)!} \cdot 0,1 \cdot 0,387 \approx 0,387. \end{aligned}$$

Найдем вероятность события A :

$$P(A) = 1 - (0,349 + 0,387) = 0,264.$$

Ответ: вероятность того, что в течение года обанкротятся больше одного банка, равна 0,264.

Мы рассмотрели некоторые случаи применения теории вероятностей при решении экономических задач. На практике экономисты часто сталкиваются с задачами, для решения которых необходимы знания теории вероятностей [9, 10].

Таким образом, экономика тесно переплетается с математическими науками, теория вероятностей не является исключением. Данный раздел математики широко используется в экономике, помогает рассчитать возможность успеха или неудачи с максимальной точностью. Поэтому можем сказать, что экономистам необходимы знания теории вероятностей для применения в своей профессиональной деятельности, что может повысить эффективность экономики.

Список литературы

1. Липсиц И.В. Экономика: учебник для вузов. М.: Омега-Л, 2006. 656 с.
2. Гулай Т.А., Долгополова А.Ф., Жукова В.А., Мелешко С.В., Неведомская И.А. Элементы теории вероятностей и математической статистики: учебное пособие. Ставрополь, 2017. 116 с.
3. Крицкий О.Л., Михальчук А.А., Трифонов А.Ю., Шинкеев М.Л. Теория вероятностей и математическая статистика для технических университетов. I. Теория вероятностей: учебное пособие. – Томский политехнический университет: Томск: Изд-во Томского политехнического университета. 2010. 212 с.
4. Долгополова А.Ф., Гулай Т.А., Литвин Д.Б., Мелешко С.В. Теория вероятностей и математическая статистика // Международный журнал экспериментального образования. 2012. № 11. С. 51–52.
5. Долгополова А.Ф., Гулай Т.А., Жукова В.А. Особенности построения модели оценки оптимальности по Парето // Аграрная наука, творчество, рост: сборник научных трудов по материалам VIII Международной научно-практической конференции. 2018. С. 136–139.

6. Жукова В.А., Гулай Т.А., Долгополова А.Ф. Решение экономических задач с помощью экономико-математических моделей // Глобальные тенденции и национальные вызовы научно-технологического развития в условиях инновационной экономики: сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции. 2018. С. 211–213.

7. Бондаренко В.А., Донец З.Г., Цыплакова О.Н. Теория игр и финансовые рынки // Финансово-экономические и учетно-аналитические проблемы развития региона: материалы Ежегодной 78-й научно-практической конференции. 2014. С. 231–236.

8. Мамаев И.И., Жукова В.А. Модели азартных игр на занятиях по теории вероятностей // Экономические и информационные аспекты развития региона: теория и прак-

тика: Международная научно-практическая конференция. Ставропольский государственный аграрный университет. 2015. С. 172–176.

9. Бондаренко В.А., Мамаев И.И., Сахнюк П.А., Сахнюк Т.И. Теоретико-вероятностные модели в задачах экономики природопользования // Экономические, инновационные и информационные проблемы развития региона: материалы Международной научно-практической конференции. 2014. С. 62–65.

10. Волгиянина А.Ф., Сопнева М.В. Применение комбинаторики при решении агрономических задач // Аналитические и финансово-экономические аспекты развития региональной экономики: сборник научных трудов по материалам 82-ой ежегодной научно-практической конференции молодых ученых. 2017. С. 69–74.

НЕКОТОРЫЕ ПАРАДОКСЫ ФИЗИКИ

Поливанов А.А., Колесниченко В.С.

Камышинский технологический институт (филиал) «Волгоградского государственного технического университета», Камышин, e-mail: polivanov@kti.ru

Статья посвящена рассмотрению двух известных физических парадоксов – эффекта Мпембы и явление, получившее название «кризис теплообмена». Эффект Мпембы – известное физическое явление, которое заключается в том, что горячая вода в определенных случаях замерзает быстрее, чем холодная, хотя при этом он противоречит классическим представлениям о термодинамике. Кризис теплообмена – явление ухудшения теплообмена, приводящие к резкому увеличению температуры металла. Данное явление очень широко распространено, и имеет множество проявлений. Однако механизм развития этого процесса до настоящего времени до конца не известен, ввиду его сложности и многообразия. Принято считать, что существует кризис теплообмена первого рода – следствие перехода пузырькового кипения жидкости на поверхность, и кризис второго рода – следствие испарения или срыва водяной микропленки с поверхности. Для исследования этих парадоксов авторами была проведена серия экспериментов, результаты которых полностью подтвердились. Основываясь на полученные результаты, авторами была дана оценка данных явлений и сделана попытка их обосновать. Очевидно, что оба рассмотренных физических парадокса требуют более детального изучения, и авторы намерены продолжить данное исследование.

Ключевые слова: эффект Мпембы, кризис теплообмена, теплопроводность, кристаллизация, конвекция

SOME PHYSICS PARADOXES

Polivanov A.A., Kolesnichenko V.S.

Reader of Kamyshin Technological Institut (branch) of Volgograd State Technical University, Kamyshin, e-mail: polivanov@kti.ru

The article is devoted to the consideration of two well-known physical paradoxes – the Mpemba effect and the phenomenon called the «heat transfer crisis». The Mpemba effect is a well-known physical phenomenon, which is that in some cases hot water freezes faster than cold water, although it contradicts the classical concepts of thermodynamics. Heat transfer crisis is a phenomenon of deterioration of heat transfer, leading to a sharp increase in metal temperature. This phenomenon is very widespread, and has many manifestations. However, the mechanism of development of this process is still not fully known, due to its complexity and diversity. It is considered that there is a crisis of heat transfer of the first kind – a consequence of the transition of bubble boiling of a liquid to a surface one, and a crisis of the second kind – a consequence of evaporation or disruption of the water microfilm from the surface. To study these paradoxes, the authors conducted a series of experiments, the results of which were fully confirmed. Based on the results obtained, the authors evaluated these phenomena and made an attempt to substantiate them. Obviously, both the considered physical paradoxes require more detailed study, and the authors intend to continue this study.

Keywords: Mpemba effect, heat transfer crisis, thermal conductivity, crystallization, convection

Несмотря на бурное развитие фундаментальных и прикладных наук, к настоящему времени остается еще много неразгаданных тайн и парадоксов, которые невозможно объяснить на основе имеющихся на данный момент знаний. В настоящей статье авторами будут рассмотрены два известных парадокса физики, которые легко воспроизводятся в домашних условиях, но классическая наука не может дать им четкое и внятное объяснение. Это эффект Мпембы и явление, получившее название «кризис теплообмена».

Эффект Мпембы – известный физический парадокс, который гласит, что горячая вода в определенных случаях замерзает быстрее, чем холодная, хотя при этом, если следовать классическим представлениям о термодинамике, она должна отдать окружающей среде большее количество теплоты, чем холодная и, следовательно, охлаждаться дольше [1].

Этот феномен замечали в своё время Аристотель, Френсис Бэкон, Рене Декарт, Исаак Ньютон и многие другие. На Руси этот феномен тоже знали – когда заливали зимой ледяной каток, использовали горячую воду, даже кипяток.

Однако, как объяснить этот эффект, до сих пор точно никто не знает. У учёных к настоящему моменту накопилось множество версий, но пока никто не смог детально объяснить этот парадокс. Горячая и холодная вода обладают разными свойствами, но пока не ясно, какие именно играют роль в этом случае: разница в переохлаждении, испарении, формировании льда, конвекции или воздействии растворенных газов на воду при разных температурах.

Следует отметить, что во всех случаях данный парадокс был установлен экспериментальным путем. А свое название он получил благодаря следующему случаю.

Эрасто Мпемба, в 1963 году ученик средней школы в Танзании, выполнял практическую работу по кулинарии. Требовалось приготовить домашнее мороженое: вскипятить молоко, растворить сахар, охладить смесь до комнатной температуры, а затем поместить ее в холодильник, чтобы заморозить. Мпемба, опасаясь, что не успеет выполнить задание в отведенное для этого время, поместил в холодильник горячую смесь молока с сахаром. К его удивлению, она замерзла даже раньше, чем продукт, приготовленный в соответствии с технологией.

Эрасто Мпемба обратился за разъяснениями к учителю физики, но он не принял это в серьез. Мпемба экспериментировал не только с молоком, но и с обычной водой, и этот эффект также проявил себя.

Позже он обратился к профессору Денису Осборну из Университетского колледжа Дар-Эс-Салама, со следующим вопросом: «Если взять два контейнера с равными объемами воды, так что в одном из них вода будет иметь температуру 35°C , а в другом – 100°C , и поместить их в морозильник, во втором вода замерзнет раньше. Почему?» Осборн заинтересовался этим вопросом, и в 1969 году, он и Мпемба опубликовали результаты своих экспериментов в журнале *Physics Education* [2]. С тех пор обнаруженный ими эффект называется эффектом Мпембы.

С тех пор высказывались разные версии, одна из которых гласила: часть горячей воды сначала просто испаряется, а потом, когда осталось меньшее её количество, вода застывает быстрее. Эта версия, в силу своей простоты, стала самой популярной, но учёных удовлетворяла не полностью.

В основу другой популярной версии было положено учение о молекулярном составе воды. Как известно, молекулы воды состоят из одного атома кислорода и двух атомов водорода, удерживаемых вместе ковалентными связями, что на уровне частиц выглядит как обмен электронами. Другой известный факт заключается в том, что атомы водорода притягиваются к атомам кислорода из соседних молекул – при этом образуются водородные связи. Вместе с тем молекулы воды отталкиваются друг от друга. Учёные заметили: чем теплее вода, тем большим оказывается расстояние между молекулами жидкости из-за увеличения отталкивающих сил. В результате водородные связи растягиваются, а следовательно, запасают большую энергию. Эта энергия высвобождается при охлаждении воды – молекулы сближаются друг с другом. А отдача энергии, как известно, и означает охлаждение.

Высказывались и другие версии, основанные на известных явлениях физики, таких как теплопроводность, переохлаждение воды, конвекция и т.д. [3].

В дальнейшем эффект Мпембы исследовался и наблюдался в различных физических системах помимо воды, в том числе – в углеродных нанотрубках и клатратных гидратах, однако до сих пор феномен не понят до конца. Было выдвинуто несколько объяснений, и даже поставлен под сомнение сам факт наличия этого явления. Так, Антонио Ласанта и его соавторы теоретически продемонстрировали и изучили эффект Мпембы на примере сыпучих тел, состоящих, как песок, из мелких частиц. При помощи моделирования и кинетики они установили, что основополагающим фактором проявления эффекта Мпембы являются начальные условия, и смогли определить, какими они должны быть. Было установлено, что эффект Мпембы весьма чувствителен к изначальному состоянию жидкости или, другими словами, ее истории. Это может объяснить неуловимость и противоречивость эффекта Мпембы в воде, поскольку сложно подготовить образец должным образом. Но использование вместо воды сыпучих тел упрощает задачу.

Совсем недавно команда исследователей из Технологического университета Наньян в Сингапуре (Nanyang Technological University) во главе с химиком Си Чжаном заявила, что им удалось разрешить вековую загадку о том, почему тёплая вода застывает быстрее, чем холодная. Как выяснили китайские специалисты, секрет кроется в количестве энергии, запасённой в водородных связях между молекулами воды [4].

Авторы данной публикации также провели серию экспериментов по исследованию эффекта Мпембы. В ходе исследования температура горячей воды принималась равной 60°C и 90°C , а температура холодной воды была фиксированной и равнялась 30°C . Использовалась обычная водопроводная вода. Масса воды в каждой пробе равнялась 50 грамм.

Время эксперимента – 90 минут с периодичностью замера температуры 5 минут; температура в морозильной камере – минус 17°C , дно отсека, в который устанавливался контейнер с водой без инея и льда, материал – пластик. Температура замерялась термомпарой с мультиметром, дополнительные замеры проводились инфракрасным термометром. Дополнительно за процессом осуществлялось визуальное наблюдение при помощи веб – камеры. Основные результаты эксперимента показаны на рис. 1.

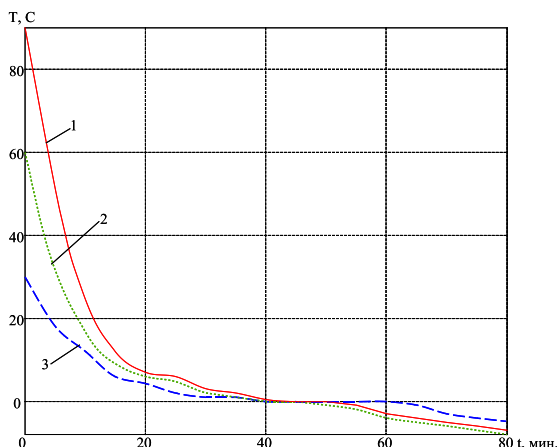


Рис. 1. Зависимость температуры проб с холодной и горячей водой от времени

На рис. 1 цифрами обозначены: 1 – проба с водой температуры 90 °C, 2 – 60 °C, 3 – 30 °C.

В результате этого эксперимента был сделан вывод, что в условиях равных тепловых сопротивлений границ вода/воздух (вода/испаритель холодильника), быстрее остужается до температуры кристаллизации вода с более низкой начальной температурой, то есть холодная, однако кристаллизация в горячей воде идет быстрее. Таким образом, как и ожидалось, горячая вода замерзает быстрее холодной (в рассматриваемом эксперименте почти на 15 минут), при этом разница в скорости замерзания воды с температурой 60 °C и 90 °C почти не заметна; возможно, это связано с погрешностью измерений температуры.

По окончании эксперимента образцы со льдом были повторно взвешены. Оказалось, что масса льда в пробе с холодной водой практически не изменилась (точность имеющихся весов не позволила установить уменьшение массы), масса пробы с водой температуры 60 °C сократилась на 4 грамма пробы с водой температуры 90 °C – на 7 грамм, то есть незначительно по отношению к начальной массе. Таким образом, можно утверждать, что процесс испарения воды при кристаллизации не играет решающую роль при объяснении эффекта Мпембы.

Таким образом, наиболее вероятным объяснением эффекта Мпембы является наличие центров кристаллизации в виде растворенных солей, а также теплообмен. При минимизации этих двух факторов эффект может не наблюдаться, как отмечали другие исследователи, например [5].

Кроме того, процесс нагрева и охлаждения зависит от изобарной теплоемкости, а процесс плавления и кристаллизации – от удельной теплоты плавления вещества. При быстром охлаждении на поверхности контакта сред возникает череда фазовых переходов с аномальным, по сравнению с обычной теплопередачей, перераспределением тепла. Таким образом, можно утверждать, что эффект Мпембы – это «быстрая заморозка», и при ней более горячее тело остывает быстрее: к обычному теплообмену добавляется эффект перетока внутренней энергии замораживаемого вещества при фазовых переходах.

Другой физический парадокс, который был изучен авторами – это так называемый «кризис теплообмена» – явление ухудшения теплообмена, приводящие к резкому увеличению температуры металла [1]. Данное явление очень широко распространено, и имеет множество проявлений, а в данной работе рассмотрен один из частных случаев.

Стальной стержень небольшой длины и диаметра с одного края нагревается до высокой температуры (500–900 °C). При этом благодаря невысокой теплопроводности стали другой край стержня остаётся холодным (слабо нагревается) и его можно свободно держать не защищённой рукой. Однако если нагретый край стержня резко охладить в холодной воде, температура холодного края резко увеличивается, в некоторых случаях его даже невозможно будет взять в руки.

Для проверки этого парадокса был взят стальной стержень длиной 20 сантиметров и диаметром 5 миллиметров, который нагревался пламенем бытовой газовой горелки примерно на 10-15 % его длины. Температура нагретого края стержня определялась приблизительно по его цвету, поскольку термометра не рассчитана на такой нагрев. А температура холодного края определялась с помощью термопары с мультиметром, как и в первом примере.

После нагревания стержня определялась температура его краев (холодного и горячего), затем стержень охлаждался в воде комнатной температуры, и снова определялась температура его холодного края.

Результаты этих измерений показаны на рис. 2.

На рис. 2 по горизонтальной шкале отложена температура горячего края стержня (определялась приблизительно), по вертикальной – температура холодного. Цифрой 1 обозначена температура холодного края до охлаждения в воде, цифрой 2 – сразу после охлаждения.

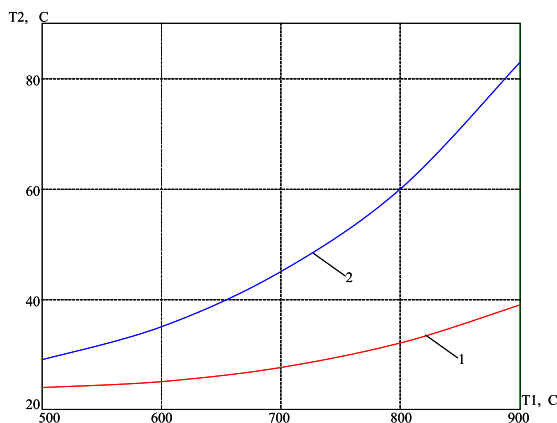


Рис. 2. Зависимость температуры холодной стороны стержня от температуры горячей стороны до и после охлаждения

Результаты данных измерений показали, что действительно, после резкого охлаждения горячего края стержня происходит нагревания холодного, причем тем больше, чем выше была температура горячего. Обычно данный эффект проявляется в закрытых объемах, таких как трубопроводы, котлы и т.д. [6], однако, в данном случае также удалось воспроизвести подобный эффект.

Явление кризиса теплообмена известно давно, однако, механизм развития этого процесса до настоящего времени до конца не известен, ввиду сложности и многообразия данного явления, также, как и эффект Мпембы. Принято считать, что существует кризис первого рода — следствие перехода пузырькового кипения жидкости на поверхность, и кризис второго рода — следствие испарения или срыва водяной микропленки

с поверхности [6]. В данном случае, очевидно, имеет место кризис первого рода. Кроме того, по мнению авторов, при быстром охлаждении горячего края стержня возникает акустическая волна, направленная вдоль его оси (при резком охлаждении стержня отчетливо ощущается слабая вибрация), которая также способствует переносу энергии от нагретого края стержня к холодному.

Очевидно, что оба рассмотренных физических явления требуют более детального изучения, и авторы намерены продолжить данное исследование. Вместе с тем, все эксперименты были проведены авторами самостоятельно в бытовых условиях и с применением несертифицированных средств измерений. Поэтому приведенные результаты могут иметь достаточно большую погрешность, однако, для качественного объяснения явлений и обоснования их существования этих результатов вполне достаточно.

Список литературы

1. Википедия. Свободная энциклопедия [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://ru.wikipedia.org> (дата обращения: 12.01.2019).
2. Mpemba E.B., Osborne D.G. Cool? Physics Education. 1969. Т. 4. № 3. P. 172–175.
3. Oren Raz, Zhiyue Lu. Nonequilibrium thermodynamics of the Markovian Mpemba effect and its inverse. Proceedings of the National Academy of Sciences. 2017. Vol. 114. iss. 20. P. 5083–5088.
4. Chang Q. Sun, Qing Jiang, Weitao Zheng, Ji Zhou, Yichun Zhou. Hydrogen-bond memory and water-skin supersolidity resolving the Mpemba paradox. Physical Chemistry Chemical Physics. 2014. Vol. 16. iss. 42. P. 22995–23002.
5. Клейменов М., Лозовенко С.В. Охлаждение жидкостей, эффект Мпембы // Физика для школьников. 2015. № 1. С. 40–43.
6. Кириллов П.Л., Богословская Г.П. Тепломассобмен в ядерных энергетических установках. М.: Энергоатомиздат, 2000. 451 с.

УДК 004.855.5

**ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОГО АНАЛИЗА ДАННЫХ
В ЗАДАЧЕ КЛАССИФИКАЦИИ ЭКСПЕРТНЫХ ОЦЕНОК
КАЧЕСТВА ВИННЫХ ИЗДЕЛИЙ****Сидорина С.А., Воронова Л.И.***Московский технический университет связи и информатики, Москва*

Сложность определения качества винной продукции состоит в том, что без участия экспертов невозможно однозначно установить соответствие нормативным показателям по химическому составу, окраске, прозрачности, аромату и вкусу напитка. В данной статье описывается реализация инструмента классификации экспертных сенсорных оценок качества винных изделий с применением технологий интеллектуального анализа данных. Основная задача заключается в обучении алгоритма машинного обучения на основе входных значений физико-химических характеристик каждого образца с показателями сенсорных оценок качества продукта. Важным этапом является исследование зависимостей и изучение исходного набора данных на предмет пропусков значений и выбросов, что позволит выбрать оптимальную стратегию решения задачи. Для контроля точности обучения модели применялась специальная метрика, показывающая долю выборки, по которым классификатор принял правильное решение. В качестве алгоритмов использовались: стохастический градиентный спуск, метод обратного распространения ошибки и выпрямленная линейная функция активации. Для решения поставленной задачи был выбран язык программирования Python 3.6.4 и интерактивная оболочка Jupyter Notebook. Нейронная сеть, архитектура которой представляет собой многослойный перцептрон с 7 слоями, разработана в библиотеке Skikit-learn.

Ключевые слова: машинное обучение, нейронная сеть, интеллектуальные системы, классификация, skikit-learn**APPLICATION OF DATA MINING METHODS IN THE TASK OF CLASSIFYING
EXPERT QUALITY ASSESSMENTS OF WINE PRODUCTS****Sidorina S.A., Voronova L.I.***Moscow Technical University of Communications and Informatics, Moscow*

The difficulty in determining the quality of wine products lies in the fact that without the participation of experts it is impossible to unequivocally establish compliance with the regulatory indicators on the chemical composition, color, transparency, flavor and taste of the drink. This article describes the implementation of a tool for classifying expert sensory assessments of the quality of wine products using data mining technologies. The main task is to train the machine learning algorithm based on the input values of the physicochemical characteristics of each sample with indicators of sensory evaluations of product quality. An important step is the study of dependencies and the study of the initial data set for missing values and emissions, which will allow you to choose the optimal strategy for solving the problem. To control the accuracy of the model's training, a special metric was used, showing the sampling rate for which the classifier made the right decision. The following algorithms were used as the algorithms: stochastic gradient descent, the back error propagation method and the rectified linear activation function. To solve this problem, the programming language Python 3.6.4 and the interactive shell Jupyter Notebook were chosen. The neural network, whose architecture is a multilayer perceptron with 7 layers, was developed in the Skikit-learn library.

Keywords: machine learning, neural network, intelligent systems, classification, scikit-learn

Оценка качества винных изделий является не простым процессом без проведения специальных лабораторных тестов и экспертных дегустаций. Применение методов интеллектуального анализа данных в винодельческой отрасли позволит значительно облегчить процесс определения качества вина.

Благодаря тому, что за последние несколько лет были разработаны многочисленные библиотеки с открытым исходным кодом и мощные алгоритмы, позволяющие обнаруживать в данных повторяющиеся образы, стало возможным делать прогнозы о будущих событиях.

Таким образом, основываясь только на наборе химических показателей, классификация качества винных изделий будет производиться без участия экспертов.

*Постановка задачи
и описание набора данных*

Основной целью данной работы является разработка программного продукта для классификации экспертных сенсорных оценок качества винных изделий на основе физико-химических тестов.

Для исследования предметной области использовался набор данных белого португальского вина «Vinho Verde» [1], взятый из общедоступного хранилища UC Irvine [2].

Этот набор данных содержат 3298 уникальных экземпляров белого вина с 11 физико-химическими характеристиками, такими как:

- 1 – фиксированная кислотность (fixed acidity);
- 2 – летучая кислотность (volatile acidity);
- 3 – лимонная кислота (citric acid);

- 4 – остаточный сахар (residual sugar);
- 5 – хлориды (chlorides);
- 6 – свободный диоксид серы (free sulfur dioxide);
- 7 – общий диоксид серы (total sulfur dioxide);
- 8 – плотность (density);
- 9 – pH;
- 10 – сульфаты (sulphates);
- 11 – алкоголь (alcohol).

Кроме этого, эксперты в ходе дегустации оценили качество вина от 0 (очень плохо) до 10 (очень хорошо). Усредненные сенсорные оценки по каждому примеру содержатся в этом же наборе данных.

Практическая реализации

Этапы практической реализации заключаются в следующем:

I. В интерактивной оболочке Jupyter Notebook [3] подключаются необходимые библиотеки [4] интеллектуального анализа данных.

II. Набор данных представлен в файле формата *.csv. Он загружается в оперативную память.

III. Переменной Y присваивается вектор со всеми значениями сенсорных оценок, значения остальных признаков записываются в переменную X.

IV. После того как данные загружены необходимо провести качественный анализ.

Анализ данных

Авторами проведен статистический анализ данных на основе имеющегося набора и были определены минимальное, максимальное, среднее и стандартное отклонение значений всех экземпляров для каждого примера, которые представлены в таблице.

Исходный набор не содержит отрицательных значений и пропусков, а также ни один из винных экземпляров не получил оценку ниже 3 или выше 9, поэтому сформировано 7 классов качества.

Архитектура нейронной сети

Модель нейронной сети представляет собой многослойный персептрон, схематично изображен на рис. 1.

Статистические данные по набору

Признак	Мин.	Макс.	Ср. знач.	Ст. откл.
Fixed acidity (г\дм ³)	3.800	14.20	6.855	0.842
Volatile acidity (г\дм ³)	0.080	1.100	0.278	0.100
Citric acid (г\дм ³)	0.000	1.660	0.333	0.121
Residual sugar (г\дм ³)	0.600	65.80	6.406	5.108
Chlorides (г\дм ³)	0.009	0.346	0.046	0.021
Free sulfur dioxide (мг\дм ³)	3.000	289.0	35.33	17.16
Total sulfur dioxide (мг\дм ³)	9.000	440.0	138.4	42.99
Density (г\см ³)	0.987	1.039	0.994	0.003
pH	2.740	3.800	3.188	0.150
Sulphates (г\дм ³)	0.220	1.080	0.490	0.114
Alcohol (%)	8.000	4.200	10.52	1.237
Quality	3.000	9.000	5.877	0.890

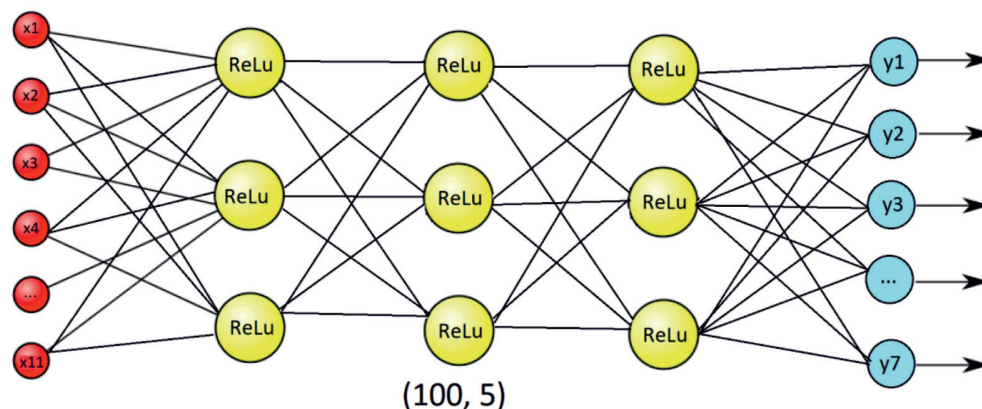


Рис. 1. Архитектура многослойного персептрона

```
model = MLPClassifier(hidden_layer_sizes=[100]*5, solver='sgd',
activation='relu', random_state=42).fit(X_train, y_train)
model.fit(X_train, y_train)
predictions = model.predict(X_train)

print (model.score(X_test, y_test))
print (model.n_layers_)
```

Рис. 2. Пример программного кода для обучения нейронной сети

Входной слой обозначен красным цветом и включает 11 входных параметров, перечисленные в первом столбце таблицы. Определение количества скрытых слоев и нейронов в них зависит от показателя точности (ассигасу). Опытным путем установлено, что 5 скрытых слоев по 100 нейронов каждый является оптимальным, в противном случае будем иметь более низкие показатели обучаемости сети. Последний слой, синий, состоит из 7 выходных значений классов качества.

Существует несколько методов обучения нейронной сети и в нашей задаче будет использоваться алгоритм обратного распространения ошибки, который использует стохастический градиентный спуск (SGD) [5] в качестве алгоритма оптимизации. Функцией активации нейронов выступает выпрямленная линейная функция (ReLU) [6]. На рис. 2 изображена часть программного кода, необходимая для реализации обучения нейронной сети.

Для оценки точности работы используемого алгоритма применяется такая метрика, как достоверность.

Оценка точности алгоритма

Достоверность (ассигасу) – это доля выборки, по которым классификатор принял правильное решение. Достоверность считается по формуле:

$$Accuracy_c = \frac{TP + TN}{TP + FP + FN + TN}, \quad (1)$$

где $Accuracy_c$ – достоверность с-го класса, TN – истинно-отрицательное решение, TP – истинно-положительное решение, FP – ложно-положительное решение, FN – ложно-отрицательное решение [7].

Для оценки точности работы алгоритма исходный набор данных был случайным образом разделен на обучающую и тестовую выборку в соотношении 7:3 соответственно.

Обучив модель нейронной сети и протестировав ее на данных второй выборки получился следующий результат: ассигасу=0.453532. Для повышения ассигасу можно попытаться подобрать более удачные гиперпараметры или воспользоваться другим алгоритм.

Для повышения ассигасу можно попытаться подобрать более удачные гиперпараметры или воспользоваться другим алгоритм.

Заключение

В ходе решения поставленной задачи была спроектирована и обучена модель нейронной сети, проведено испытание на тестовой выборке и получена оценка точности алгоритма.

Таким образом, можно заключить, что на прирост точности влияют множество факторов и нюансов, для этого изначально рекомендуется качественно исследовать набор данных, связи между различными признаками, корреляцию. Это позволит лучше понять данные, с которыми предстоит работа и в перспективе найти оптимальную модель обучения.

Данная работа выполнена в рамках курсового проекта по дисциплине «Методы интеллектуального анализа данных», научный руководитель – д.ф.-м.н., профессор Воронова Л.И.

Список литературы

1. Cortez P., Cerdeira A., Almeida F., Matos T., Reis J. Modeling wine preferences by data mining from physico-chemical properties. Decision Support Systems. 2009. V. 47(4). P. 547–553.
2. UC Irvine Machine Learning Repository [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://archive.ics.uci.edu/ml/index.php> (дата обращения: 24.02.2019).
3. Project Jupyter. Documentation [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://jupyter.org/documentation> (дата обращения: 24.02.2019).
4. Scikit-learn documentation [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://scikit-learn.org> (дата обращения: 24.02.2019).
5. Stochastic Gradient Descent – Mini-batch and more [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://adventuresinmachinelearning.com/stochastic-gradient-descent> (дата обращения: 24.02.2019).
6. Activation Functions: Neural Networks [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://towardsdatascience.com/activation-functions-neural-networks-1cbd9f8d91d6> (дата обращения: 24.02.2019).
7. Рашка С. Python и машинное обучение. М.: Издательство ДМК-Пресс, 2017. 418 с.

УДК 514:698.7

ТРИСЕКЦИЯ УГЛА КАК ХОРОШО ЗАБЫТЫЙ ИНСТРУМЕНТ В СТРОИТЕЛЬСТВЕ И БЛАГОУСТРОЙСТВЕ ЗДАНИЙ

Храмовских М.А.

*Иркутский национально-исследовательский технический университет, Иркутск,
e-mail: Hramovskih.misha@yandex.ru*

В данной статье описаны основные положения классической задачи о трисекции угла, то есть геометрическое построение трисектрис угла при помощи циркуля и линейки, рассмотрены различные механизмы предназначенные для деления угла на три равные части. Такие механизмы основаны на принципе равенства трёх определённых углов. Равенство этих углов доказывается различными признаками и теоремами геометрии. Механизмы, предназначенные для деления угла на три равные части, получили название трисекторы. В настоящее время существует достаточно большое число трисекторов, отличающихся друг от другом конструкцией, формой и материалами из которых они изготавливаются. Однако не существует универсального. Все трисекторы имеют ограниченный диапазон исходного угла, то есть угла, который необходимо разделить на три равные части. Таким образом, для каждого отдельного случая следует выбирать трисектор с наиболее подходящими параметрами. В данной исследовательской работе автором были самостоятельно изготовлены различные трисекторы, сконструирован собственный трисектор и написана компьютерная программа для трисекции угла, результатом которой является изображение разделённого угла, которое можно распечатать на принтере. Также рассмотрены области применения трисекции угла в строительстве и благоустройстве зданий.

Ключевые слова: трисекция угла, трисектор, деление угла на три равные части, строительство зданий, благоустройство зданий

ANGLE TRISECTION AS A WELL-FORGOTTEN TOOL IN CONSTRUCTION AND IMPROVEMENT OF BUILDINGS

Khromovskikh M.A.

Irkutsk National Research Technical University, Irkutsk, e-mail: Hramovskih.misha@yandex.ru

This article describes the main provisions of the classical problem of the trisection of an angle, that is, the geometric construction of a trisection of an angle using a compass and a ruler, and various mechanisms for dividing an angle into three equal parts are considered. Such mechanisms are based on the principle of the equality of three certain angles. The equality of these angles is proved by various features and theorems of geometry. The mechanisms designed to divide the angle into three equal parts are called trisectors. Currently, there are quite a large number of trisectors, differing from each other in design, shape and materials from which they are made. However, there is no universal. All trisectors have a limited range of the initial angle, that is, the angle that must be divided into three equal parts. Thus, for each individual case, the trisector with the most appropriate parameters should be chosen. In this research work, the author independently produced various trisectors, designed his own trisector, and wrote a computer program for the trisection of an angle, the result of which is an image of a divided angle that can be printed on a printer. Also considered are the applications of the trisection of the angle in the construction and improvement of buildings.

Keywords: division of a corner into three equal parts, construction of buildings, improvement of buildings

Современное строительство уже нельзя представить без внешней архитектурной отделки здания, а также изысканных и весьма лаконичных интерьеров. Элементы архитектурной отделки зданий, некоторые принципы внутренней отделки жилища, а также предметы интерьера могут использовать деление угла на три равные части. Задача о делении угла берёт своё начало в 5 веке до нашей эры, когда необходимо было разделить угол на три равные части для сооружений архитектуры и строительной техники. Эта задача прошла долгий путь и в 1837 году французский математик Ванцель П.Л. доказал её классическую неразрешимость, то есть при помощи циркуля и линейки. Однако при помощи некоторых механизмов, основанных на геометрическом равенстве трёх углов, можно разделить произвольный

угол на три равные части. Такие механизмы, называемые трисекторами, могут быть весьма полезными, а иногда необходимыми для решения задач планирования и сооружения отдельных элементов интерьера или необычных форм здания. Рассмотрим основные трисекторы и их принципы действия.

Трисекция угла при помощи линейки Невиса

Имеется угол $\angle \alpha = \angle \text{РОМ}$. Необходимо построить угол $\angle \beta$, величина которого втрое меньше данного: $\angle \alpha = \angle 3\beta$ (рис. 1).

Продолжим сторону ОМ исходного угла α и построим на ней окружность произвольного радиуса a , и центром в точке О. Стороны угла пересекаются с окружностью в точках Р и М. Возьмём линейку Невиса, отложив на ней длину радиуса a , и постро-

им отрезок АВ. Получим угол $\angle PAM$ равный одной трети исходного угла $\angle \alpha$ [1] Этот способ является одним из самых известных, однако далеко не самым удобным.

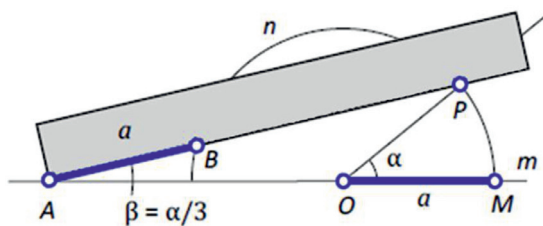


Рис. 1. Деление угла при помощи линейки Невиса

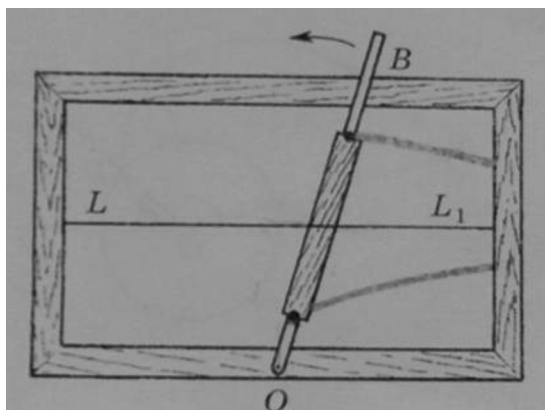


Рис. 2. Конхоидограф

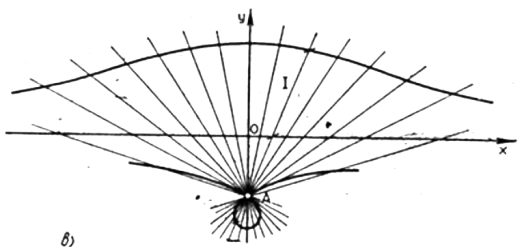
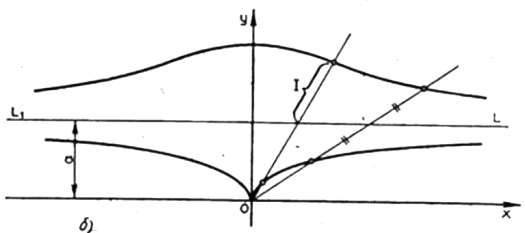
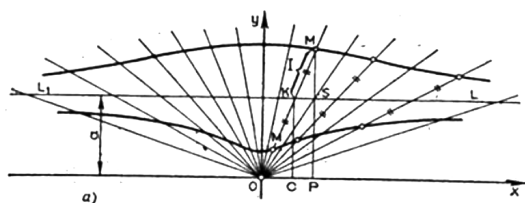


Рис. 3. Конхоиды Никомеда

Конхоида Никомеда

В 3 веке до н.э. древнегреческий математик Никомед придумал любопытную кривую. Рассказав об этой кривой, Прокл Диадок назвал её Конхоидой (от греч. «конхе» – раковина). С помощью этой кривой Никомед разделил острый угол на три равные части (рис. 3). Для построения конхоиды Никомед сконструировал прибор – «Конхоидограф» (рис. 2). Конхоидограф представляет собой рамку, в которой натянута проволока (LL1), и рейка (OB), закреплённая с одной стороны, по которой перемещается втулка с закреплёнными карандашами. Втулка так же ходит по проволоке (LL1) [2, 3].

Механизм Декарта

Французский математик Рене Декарт сконструировал механическое приспособление, позволяющее производить трисекцию угла (рис. 4). В этом механизме шарниры O, A, B, C и D закреплены и не могут передвигаться по рейкам, а шарниры E и F свободно передвигаются вдоль реек OE и OF. Необходимые условия: $OA=OB=OC=OD$ и $AE=CE=BF=DF$ [2]. Данный механизм достаточно прост в изготовлении, использовании и имеет довольно большой интервал деления угла. Минимальное и максимальное значение угла напрямую зависит от размеров инструмента и соотношения его основных сторон элементов между собой.

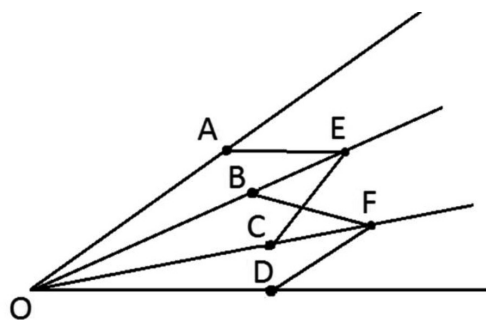


Рис. 4. Схема механизма Декарта

Шарнирный трисектор

Представляет собой антипараллелограмм ABCD (рис. 5), к которому прикреплены ещё два подобных антипараллелограмма AFHB и AMLF (рис. 6, 7) [4]. Этот механизм интересен тем, что, используя такой алгоритм построения, можно разделить угол не только на 3 части, но и на 4,5 и более частей (рис. 8).

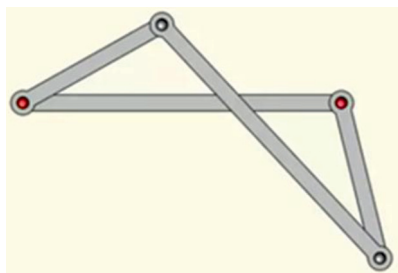


Рис. 5. Антипараллелограмм

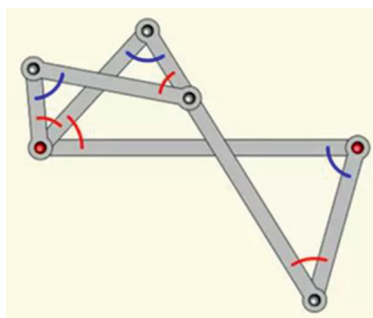


Рис. 6. Прикрепление подобного антипараллелограмма

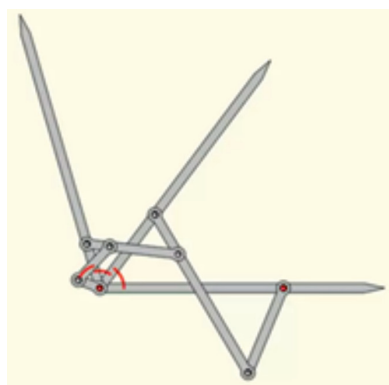


Рис. 7. Шарнирный трисектор

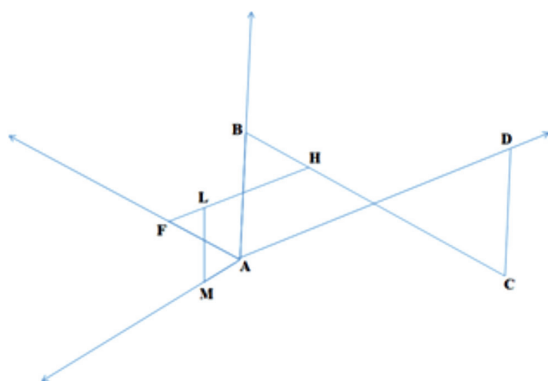


Рис. 8. Схема шарнирного трисектора

Простейший трисектор из картона

Данный трисектор состоит из нескольких геометрических фигур, расположенных так, что некоторые их элементы находятся в прямой зависимости друг между другом. Рассмотрим его подробнее (рис. 9): $AB = BO$ (BO – радиус окружности O). BD – имеет неограниченную длину. Помещать трисектор следует так, чтобы вершина угла S находилась на линии BD , одна сторона угла прошла через точку A , а другая сторона коснулась полуокружности [5].

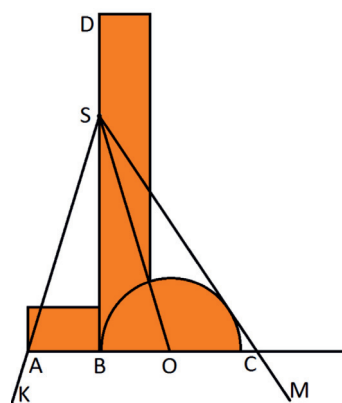


Рис. 9. Картонный трисектор и принцип его действия

Собственный трисектор

В процессе исследовательской работы были рассмотрены различные способы и виды трисекторов и, поняв принципы действия существующих трисекторов, был сконструирован собственный трисектор. Его конструкция схожа с механизмом Декарта, однако этот трисектор имеет конструктивные отличия (рис. 10). В этом механизме шарниры O, A, B, C, D закреплены не подвижно, а шарниры E и F передвигаются вдоль реек OB и OC . Также как в механизме Декарта и шарнирном трисекторе минимальное и максимальное значение исходного угла, который требуется разделить, зависит от размеров и соотношения сторон инструмента.

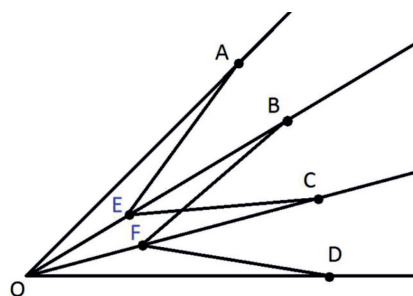


Рис. 10. Схема собственного трисектора

Программа для трисекции угла

Так как мы живём в эпоху электронно-вычислительной техники, то для удобства и увеличения точности трисекции угла была написана программа, которая позволяет разделить произвольный угол на три равные части и вывести графиче-

ское изображение разделённого угла на экран монитора, с которого впоследствии уже можно распечатать данное изображение на принтере, и тем самым выполнить деление угла (рис. 11, 12). Программа написана на языке программирования Pascal с использованием графического модуля GraphABC.

Исходный угол 210
1/3 исходного угла 70

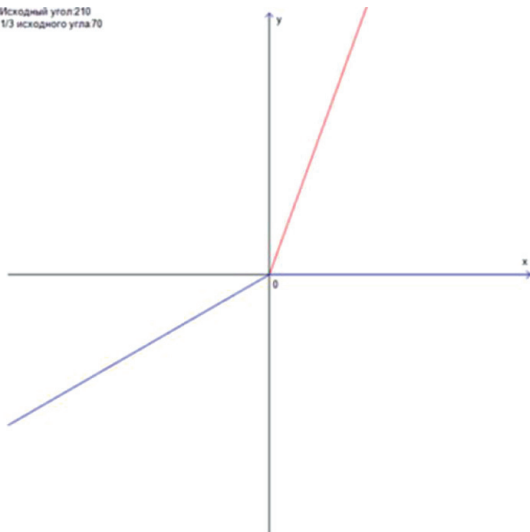


Рис. 11. Пример 1 деления угла в программе

Исходный угол 120
1/3 исходного угла 40

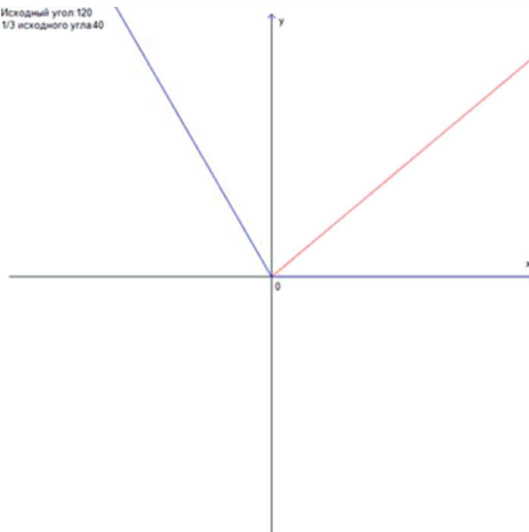


Рис. 12. Пример 2 деления угла в программе

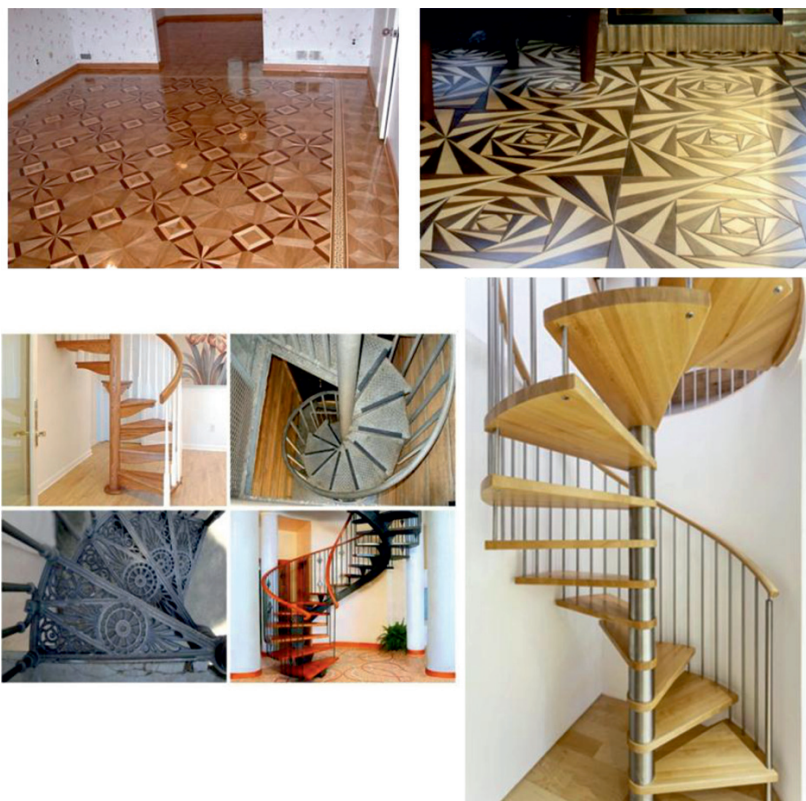


Рис. 13. Примеры применения трисекции угла в строительстве

Применение трисекции угла

Проведя теоретическое исследование и освоив принцип действия выше представленных приспособлений, их дальнейшее практическое применение возможно в следующих областях (рис. 13).

– Планирование и сооружение эркеров в зданиях;

– Планирование и сооружение сложных геометрических форм зданий;

– Проектирование и возведение винтовых лестниц, в которых ступенькой является треугольник. Однако число ступеней должно быть равно следующим числам: 3, 6, 9, 12, 18, 24, 27, 36 и далее, однако на большее число ступеней делить лестницу не целесообразно;

– Проектирование и производство фигурного паркета или нанесение на паркет рисунка.

Список литературы

1. Трисекция угла // Википедия [Электронный ресурс]. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Трисекция_угла (дата обращения: 11.02.2019).

2. Веленкин Н.Я., Шибасов Л.П., Шибасова З.Ф. За страницами учебника математики. Геометрия. Старинные и занимательные задачи: пособие для учащихся 10–11 классов. М.: Просвещение, 2008. 175 с.

3. Трисекция угла // Три великие задачи древности [Электронный ресурс] URL: https://studwood.ru/507704/istoriya/trisektsiya_ugla (07.02.2019).

4. Трисекция угла // Фонд «Математические этюды» [Электронный ресурс]. URL: <http://www.etudes.ru/ru/etudes/angle-trisection/> (07.02.2019).

5. Занимательная геометрия [Электронный ресурс] URL: https://studme.org/166653/matematika_himiya_fizik/prosteyshey_trissktor (07.02.2019).

ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

Чигин Е.Е.

ФГБОУ ВО «Ставропольский государственный аграрный университет», Ставрополь,
e-mail: inf@stgau.ru

Дискретная математика кажется чем-то странным и не обычным. Что же изучает дискретная математика и для чего она нужна в современном мире? Как давно появилась эта наука? В этой статье ведётся объяснение, что такое дискретная математика и её взаимосвязь с информатикой. Эти две науки тесно связаны друг с другом и, конечно, имеют много общего. Ещё здесь будут описаны отличия дискретной математики от математики в целом. Будет рассмотрена дискретная математика, как наука, и примеры её использования человеком в древние времена, а так же и на сегодняшний день. Использование дискретной математики в современных технологиях и повседневной жизни почти каждого из нас. Описание развития информатики и дискретной математики в XX–XXI вв. Их актуальность в современном мире. Примеры использования этих наук и возможные перспективы развития в ближайшем будущем.

Ключевые слова: дискретная математика, математика, информатика, информация, компьютер, ЭВМ (Электронно-вычислительная машина)

DISCRETE MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE

Chigin E.E.

Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education Stavropol State Agrarian
University, Stavropol, e-mail: inf@stgau.ru

Discrete mathematics seems something strange and not ordinary. What does discrete mathematics study and why is it needed in the modern world? How long has this science appeared? This article explains what discrete mathematics is and how it relates to computer science. These two sciences are closely related to each other and, of course, have a lot in common. The differences between discrete mathematics and mathematics in general will also be described here. Discrete mathematics, as a science, and examples of its use by man in ancient times, as well as today, will be considered. The use of discrete mathematics in modern technology and the daily life of almost every one of us. Description of the development of computer science and discrete mathematics in the XX–XXI centuries. Their relevance in the modern world. Examples of the use of these sciences and possible development prospects in the near future.

Keywords: discrete mathematics, mathematics, informatics, information, computer, electronic computer

Что же такое «Дискретная математика»? Чем она отличается от обычной математики? Почему имеет широкое применение в информатике? Будем разбираться в этих и других вопросах, касательно этой интересной и очень важной темы в современном мире [1].

Математика в переводе с греческого означает *изучение, наука*, исторически возникла на основе измерения формы объектов, подсчёта чего-либо и т.д. Люди считали овец в своих стадах, высчитывали сколько материала понадобится для строительства, сейчас математика используется во многих науках узкого и широкого направлениях: экономика, физика, астрономия, информатика и так далее [2].

Дискретная математика изучается столько же, сколько и обычная, частью которой и является. Термин «дискретный» означает *прерывистый* и имеет противоположный по свойствам термин «непрерывный».

Если открыть кран так, чтобы текла струя воды, то поток будет описывать некоторую непрерывную прямую. Если сделать так, чтобы из крана капали капли, то это будет дискретная совокупность. Причём не важно, как часто капает капли. Главное, что нас интересует, то, что через какое-то время появляется новая капля, которая не соеди-

нена с первой в пространстве. В математике нет чёткой границы между понятиями «дискретный» и «непрерывный».

Дискретная математика используется нами повседневно, мы совершаем расчёты, выводы и операции даже не подозревая, что это часть такой интересной науки. Школьные знания, которые просты и понятны нам, людям, которые уже не сидят за партой, предстают для нас с новыми названиями, описаниями с точки зрения высшей математики. Это лишний раз подтверждает, что дискретная математика позволяет решать не только простейшие задания, но и те, над которыми трудятся доктора наук [3].

На момент появления первых компьютеров большинство электронных устройств, а именно: радио, телевизоры, магнитофоны и другие, было аналоговым. Это значит, что в данных устройствах использовались непрерывные сигналы. А при проектировании подобных устройств использовались методы непрерывной математики.

Первые ЭВМ были невероятно большого размера, они занимали целые здания, и были исключением среди электронных устройств того времени потому, что в них как раз и нужна была дискретная математика. Со временем ЭВМ превратились из

больших и пугающих машин в те, что могут помещаться в отдельной комнате, затем на рабочем столе, а после в обыденные и незаменимые «Мобильники». Теперь мы чуть ли не каждый день имеем дело с электроникой, использующей достижения дискретной математики. Почти все современные устройства являются цифровыми: от фотоаппаратов и видеокамер до интернета и спутникового телевидения. Уже полвека дискретная математика является важным компонентом компьютеров. А значит, она необходима и в информатике [4–6].

Информатика – это наука, которая изучает компьютер, автоматическую переработку информации, взаимодействие человека с компьютером.

Информация – это сведения об окружающем нас мире. С разных точек зрения, может быть рассмотрена по-разному. Является функциональной и абстрактной, такой же, как категория материи, энергии и пространства, следовательно, информация тоже неисчерпаемая.

Информатика использовалась людьми с древних времён. Логика мышления компьютера не стала чем-то новым. Но то, что компьютер, в отличие от человека никогда не ошибается и справляется с рутинной работой с невероятной скоростью и без малейшей усталости, является тем, что упростило нашу жизнь. Таким образом, у нас появилось свободное время на новые духовные и культурные свершения.

Информатика стала отдельной наукой относительно недавно, потому что с появлением ЭВМ необходимость в специалистах, умеющих правильно обращаться с аппаратурой, стала важным критерием для работы с передовым оборудованием. В современном мире компьютеры и программы для них стали намного проще, и теперь многие люди являются пользователями-любителями. Но есть и те компьютеры, для которых нужны узкоспециализированные работники или другими словами пользователи-профессионалы. К примеру, они нужны для правильной эксплуатации таких устройств как: сонары на подводных лодках, солнечные панели на космических кораблях и лунных базах, роботы-спасатели, супер-компьютеры, устройства для информационной и компьютерной безопасности, и так далее [7, 8].

Как и информатика, дискретная математика помогает современному человеку находить общий язык с компьютером, программами. Эти две, относительно молодые, науки позволяют создавать «Умные» дома; машины, управляемые без человека; космические корабли и оборудование, для высадки на Марс и дальнейшего создания на нём колонии.

Информатика сейчас очень актуальная тема для исследования и создания всё более умных машин, роботов, программ, различных устройств.

Дискретная математика служит необходимым инструментом для реализации идей в информатике (и не только).

Такой раздел дискретной математики как теория множеств составляет базу, основу для изучения других разделов. Научившись составлять и задавать математически множества, элементы которых обладают характерным изучаемым свойством, в дальнейшем можно устанавливать, какие есть между ними отношения, выполнять операции над ними. В более сложных случаях применяют теорию нечётких множеств, применение которой позволяет правильно сделать выбор в пользу конкурентоспособного товара или услуги методом нечеткого предпочтения, поэтому эта теория используется в маркетинге, когда нужно проанализировать рынки экономических благ.

Математическая логика, теория предикатов, теория алгоритмов позволяют алгоритмизировать знания, накопленные математикой. Причём в дискретной математике есть базовые элементы, понятные и простые в применении, но есть и более сложные структуры, позволяющие математически точно отражать явления и процессы. Математическая логика нашла своё применение в различных областях деятельности человека, даже в тех, которые кажутся далёкими от математики – биологии, медицине, лингвистике, педагогике, психологии, экономике, технике, но, конечно же, стала базовым разделом дискретной математики в развитии вычислительной техники, в разработке искусственных языков для общения с компьютером. Средства математической логики позволяют решать логические задачи, имеющих много исходных условий, которые после перевода на язык алгебры логики становятся более обозримыми и удобными для дальнейшего анализа, приводящего к верному умозаключению.

Математическая логика непосредственно используется как для создания материальной части компьютера – «железа», так и для математического – программного обеспечения, то есть к релейно-контактным (переключаемым) схемам и к языкам программирования и к самому процессу программирования и получающимся в результате этого программам. Математическая логика оказалась единственной математической наукой, методы которой стали мощнейшими инструментами познания во всех разделах информатики. Поэтому сколько-нибудь серьёзное изучение информатики немыслимо без освоения основ математической логики.

Теория графов, математическая логика широко применяются в таких секторах экономики как эконометрика, логистика, математическое моделирование. Так в эконометрике, например, используются булевские переменные для построения регрессионных моделей по неоднородным данным и для анализа регрессионных моделей с переменной структурой. В логистике при необходимости задать маршруты или описать потоки, удобнее применить теорию графов, с помощью которой схему дорог можно изобразить, как ориентированный граф, и далее выбрать самый короткий маршрут. Теория графов позволяет описывать сетевые взаимодействия как на примитивном, бытовом уровне, так и при сетевом планировании огромных промышленных предприятий.

А такие разделы дискретной математики как булева алгебра, комбинаторика, различные математические алгоритмы, хэш-функции и квантовые алгоритмы позволяют шифровать и дешифровать огромное количество информации. Так в криптографии с помощью средств комбинаторики чаще всего просчитывается возможное число вариантов при исходных данных, а вот использование сложных хэш-функций приводит к невозможности по конечному результату – хэшу – вычислить начальный массив данных, обработанный хэш-функцией.

Комбинаторика является неотъемлемой частью создания искусственных нейронных сетей, способствующих развитию отраслей, связанных с искусственным интеллектом. Также применяется при анализе сложности различных алгоритмов, выборе оптимальной стратегии перебора.

Дискретная математика является основой проектирования многих электронных приборов. Появление математической теории управляющих систем стало новым шагом к продвижению новых разделов дискретной математики, таких как: теория сложности; теория надёжности схем; теория автоматов. Теория сложности говорит о том, что не все алгоритмы равны с точки зрения их практической пригодности и есть некая «функция сложности», которая «измеряет» качество этих алгоритмов. На базе теории алгоритмов возникла теория автоматов, то есть математических моделей, преобразующих дискретную информацию по шагам в дискретные моменты времени и формирующих получаемые результаты по шагам заданного алгоритма.

Методы дискретной математики и информатики дают возможность анализировать, исследовать и моделировать многие экономические, технические, технологические процессы.

Человек использует нужные ему инструменты для достижения всё более грандиоз-

ных проектов. Дискретная математика и информатика, в правильных руках, являются невероятно действенными и незаменимыми инструментами [9, 10].

Таким образом, мы получили ответы на поставленные вопросы и разобрались в некоторых тонкостях данных областей. Так же становится понятно, что данные темы лишь набирают обороты в современном мире и помогают учёным совершать новые открытия в разных областях, ведь компьютеры нужны и химикам, и археологам, и историкам, и многим исследователям других областей. Человечество открывает новое (науки, знания) и это новое помогает открыть нечто большее, что будет обыденным уже для следующих поколений.

Список литературы

1. Мальцев И.А. Дискретная математика: учебное пособие. Лань. 2011.
2. Гулай Т.А., Долгополовой А.Ф., Мелешко С.В. Математические методы исследования экономических процессов // Международный журнал экспериментального образования. 2016. № 12–1. С. 116–117.
3. Крон Р.В., Попова С.В., Смирнова Н.Б., Долгих Е.В. Линейная алгебра: учебное пособие для студентов вузов сельскохозяйственных, инженерно-технических и экономических направлений. М., 2015.
4. Смирнова Н.Б., Попова С.В. Основные принципы проектирования компьютерной математической модели // Сборник научных трудов по материалам Ежегодной 69-й научно-практической конференции, посвященной 75-летию СтГАУ. Ответственный редактор: Кулиш Н.В. 2005. С. 185–189.
5. Бондаренко В.А., Цыплакова О.Н., Родина Е.В. Использование компьютерных математических систем в обучении математике. // Информационные системы и технологии как фактор развития экономики региона: сб. научных статей по материалам Международной НПК / Ставрополь: АГРУС Ставропольского ГАУ, 2013. С. 46–50.
6. Попова С.В. Формирование алгоритмической культуры у студентов на занятиях по математике // Экономика регионов России: анализ современного состояния и перспективы развития: Сборник научных трудов по материалам ежегодной 68-й научно-практической конференции. Ответственный редактор Кулиш Н.В. 2004. С. 423–426.
7. Попова С.В., Колодяжная Т.А. Применение алгоритмов при обучении математике в вузе // Моделирование производственных процессов и развитие информационных систем: Даугавпилсский университет, Латвия, Европейский Союз Белорусский государственный университет, Беларусь Днепровский университет экономики и права, Украина Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Россия Санкт-Петербургский государственный политехнический университет Северо-Кавказский государственный технический университет Ставропольский государственный университет Ставропольский государственный аграрный университет. Ставрополь, 2011. С. 278–281.
8. Прогнозирование в регрессионном анализе при построении статистических моделей экономических задач с помощью программы Microsoft Excel / Гулай Т.А., Литвин Д.Б., Попова С.В., Мелешко С.В. / Экономика и предпринимательство. 2017. № 8–2 (85–2). С. 688–692.
9. Смирнова Н.Б., Попова С.В. Модели, подходы к классификации моделей // Экономика регионов России: анализ современного состояния и перспективы развития: сборник научных трудов по материалам Ежегодной 69-й научно-практической конференции, посвященной 75-летию СтГАУ. Ответственный редактор: Кулиш Н. В. 2005. С. 181–185.
10. Попова С.В., Смирнова Н.Б. Элементы алгоритмизации в процессе обучения математике в высшей школе // Современные проблемы развития экономики и социальной сферы: сборник материалов Международной научно-практической конференции, посвященной 75-летию Ставропольского государственного аграрного университета. Ответственный редактор: Н.В. Кулиш. 2005. С. 526–531.