

УДК 372.851

КОМПЕТЕНЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В КОНТЕКСТЕ СОВРЕМЕННОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПАРАДИГМЫ

Нахман А.Д.

*ФГБОУ ВО «Тамбовский государственный технический университет», Тамбов,
e-mail: alexmb@mail.ru*

Формирование компетенции математического моделирования у обучающихся неразрывно связано с развитием соответствующих предметных и методических знаний и умений у учителя математики. В работе предлагается понятие компетентности математического моделирования педагога-математика. В контексте положений основных нормативных документов, регламентирующих математическое образование, приводится сравнительная характеристика структурных компонент данной компетенции/компетентности у обучающегося и учителя. Анализируется содержательное наполнение линии математических моделей и соответствующие компоненты содержания «увязываются» с системой знаний и умений педагога-математика. С целью поддержания квалификационного уровня компетентного педагога и повышения мотивации к овладению новой информацией предлагаются вопросы содержания программы повышения квалификации по направлению «Линия математических моделей».

Ключевые слова: компетенция, компетентность, математические модели, содержательная линия моделей

COMPETENCE OF MATHEMATICAL MODELING IN THE CONTEXT OF MODERN EDUCATIONAL PARADIGM

Nakhman A.D.

Tambov State Technical University, Tambov, e-mail: alexmb@mail.ru

Forming the competence of mathematical modeling in studying is inseparably linked with the development of relevant subject and methodological knowledge and skills of the teacher of mathematics. The paper proposes the concept of the competency of mathematical modeling of mathematics teacher. In the context of the provisions of the basic regulations governing the mathematical education, we offer the comparative characteristics of the structural component of the competence / competency of the student and the teacher. We analyze the substantive content of the line of mathematical models and the corresponding components of the content, which are linked with a system of knowledge and skills of teachers of mathematics. In order to maintain the qualification level of competent teachers and increase motivation to master new information, we offer the questions of content of the program of professional development in the direction of «The line of mathematical models».

Keywords: competence, competency, mathematical models, content line of models

Современное состояние проблемы

Становление современной образовательной парадигмы связано с изменением знание-ориентированного подхода в преподавании учебных дисциплин на компетентностный, с формированием у обучающихся современной функциональной грамотности, развитием умений к поиску новых знаний, их критическому анализу и интеграции, способностей к жизни и деятельности в условиях неопределённости.

Идея наполнения школьного курса задачами «реальной математики» не является новой, однако проблема выстраивания «сквозной» линии математических моделей, формирования соответствующего содержания и технологий нуждается в дальнейшей разработке. Среди формируемых компетенций важное место занимает компетенция математического моделирования. *Формирование* данной компетенции у обучающихся неразрывно связано с ее *развитием* у учителя математики. В последнем слу-

чае правильнее говорить о компетентности в области математического моделирования. Одной из задач настоящей работы является выявление сравнительных характеристик компонент данной компетенции/компетентности у обучающегося и педагога.

Понятие компетенции математического моделирования введено в педагогическую теорию сравнительно недавно [14]. В компетентностном «портрете» выпускника вуза данная компетенция играет значительную роль, поскольку математическое моделирование становится рабочим инструментом не только в цикле естественно-научных дисциплин, но и в дисциплинах, традиционно считающихся гуманитарными (лингвистика, юриспруденция и др.). Так, в работе [14] (посвященной вопросам обучения студентов-менеджеров), отмечается, что математическое моделирование «...является инструментом прогнозирования, оптимизации, количественного и качественного анализа, сбора и обработки профессионально-значимой информации, то есть средством

управления экономическими процессами». Компетенция математического моделирования вводится автором как «способность и готовность применять математические знания и методы при построении математических моделей для повышения эффективности принимаемых управленческих решений». Структурными компонентами данной компетенции, по мнению автора, являются:

- математические знания;
- умения строить математические модели;
- интеллектуальные способности и профессионально значимые качества, необходимые для успешной деятельности специалиста;
- мотивационно-ценностное отношение к знаниям, умениям и навыкам в области построения математических моделей в профессиональной деятельности.

Вопросы формирования компетенции математического моделирования у студентов инженерных направлений подготовки рассмотрены в статье [11].

Работа [2] посвящена роли математических моделей в подготовке будущих учителей математики к исследовательской деятельности, овладении ими методологией научного исследования.

В монографии [5], статье [11] и обзоре [6] понятие компетенции математического моделирования адаптировано к системе «школа-вуз»; данная компетенция определяется как *способность актуализировать и применять математические знания и умения при построении, анализе и интерпретации математических моделей в процессе решения учебных и практических задач*. Развивая идеи [6] и [9], в настоящей работе мы вводим понятие компетентности педагога-математика в области математического моделирования.

Выделение линии моделей в отдельную содержательно-методическую линию школьного курса математики нераздельно связано с новым взглядом на традиционные модули. Речь идет о том, что многие базовые понятия и факты (например, понятия и факты математического анализа, см. [5], [10]) могут рассматриваться как *средства моделирования*.

В настоящем обзоре анализируется содержательное наполнение линии математических моделей и соответствующие компоненты содержания «увязываются» с системой знаний и умений педагога-математика. Поскольку поддержание квалификационного уровня компетентного специалиста предполагает постоянное обновление знаний и овладение новой информацией, а также мотивацию к такому обновлению, предлагаются вопросы содержания программы повышения квалификации учителей математики по направлению «Линия математических моделей».

Современная образовательная парадигма и компетентный подход

Парадигма образования традиционно понимается как совокупность ключевых понятий, положений и идей, которые признаны педагогической общественностью в конкретный период и лежат в основе научных исследований. Парадигмы на самом общем уровне можно разделить на устремленные в будущее («прогрессивные») и «классические». «Классической» обозначается устоявшаяся, традиционная, достаточно долго доминирующая в сфере образования парадигма. Современная (неклассическая) образовательная парадигма предполагает активную, творческую деятельность *обучающихся* (в отличие от традиционной передачи *обучаемому* известных образцов знаний, умений и навыков и взамен его «ответной», репродуктивной деятельности).

Коротко говоря, переход к современной образовательной парадигме есть переход от «школы памяти» к «школе мышления и действия». Это предполагает включение в содержание образования способов анализа ситуаций и разрешения проблем в новых условиях. *Компетентный подход* в общем и профессиональном образовании – одна из существенных характеристик современной образовательной парадигмы. Суть его в том, что знания и умения должны быть *мобильными*, должны *работать*, носить прикладной и практико-ориентированный характер. Мобильность состоит в способности индивида применять багаж знаний и умений в новой ситуации, в новых условиях, при решении незнакомых задач, выходящих за рамки соответствующей предметной области. Переход к новой парадигме сопряжен с формированием и развитием новых компетенций как обучающегося, так и учителя. В частности, современная концепция предметной области «Математика» предполагает способность обучающегося установить связь между практической или прикладной задачей и математическим аппаратом (понятиями, утверждениями, фактами, алгоритмами), который может быть применен для решения данной задачи. *Способность устанавливать такие связи мы и принимаем за рабочее определение компетенции математического моделирования*.

В случае педагога-математика корректнее будет говорить о компетентности в области математического моделирования.

Понятия компетенции и компетентности по мнению одних авторов – неразличимы, по мнению других (напр., [16], [5] и др.) имеют существенные различия. Эти различия состоят в следующем.

1. В основе компетентности положена интегрированная модель, которая включает четыре уровня развития: знания (и их организация); умения (и их использование); интеллектуально-творческий потенциал человека; эмоционально-нравственные отношения с миром, включающие в себя психологическую готовность сотрудничать и взаимодействовать для решения различного спектра проблем.

2. Компетентность, предполагает *готовность* к определенному виду деятельности в отличие от компетенции, которая есть некий *потенциал*, *способность* к этому виду деятельности. Коротко говоря, компетентность есть «компетенция в действии», *реализация потенциала*. При этом человек, обладающий компетентностью, *имеет достаточную квалификацию* для превращения «ресурса в продукт».

3. Поддержание квалификационного уровня *компетентного* специалиста предполагает *постоянное обновление знаний и овладение новой информацией*, чтобы применять их во всех возможных условиях, а также *мотивацию* к такому обновлению.

Будем говорить теперь, что педагог-математик *обладает компетентностью в области математического моделирования*, если его квалификация позволяет говорить о высоком уровне развития знаниевой и операционно-технологической составляющей деятельности по преподаванию линии математических моделей. Речь идет о готовности решать практические и прикладные задачи средствами математики и достаточной методической готовности включить обучающихся в этот вид математической деятельности. Данная готовность сопровождается высокой мотивацией к обновлению соответствующих знаний и умений (как в содержании предметной области, так и в методике преподавания), потребность в развитии интеллектуально-творческого потенциала, психологическую установку на плодотворное сотрудничество (с обучающимися и коллегами) в сфере построения, анализа и интерпретации математических моделей различных процессов и явлений.

Компоненты компетенции математического моделирования

Сравнительную характеристику компонент компетенции обучающихся и педагогов мы приведем, исходя из требований действующей нормативной базы, регламентирующей образовательный процесс:

– Концепции развития российского математического образования (далее – Концепция, [1]);

– Профессионального стандарта педагога (Вводится с 2017 г. Утвержден приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 18 октября 2013 г. № 544н; см. [13])

– ФГОС общего среднего и высшего профессионального образования; см. [15].

Выделим здесь те положения, которые согласованы (или напрямую заимствованы) с перечисленными документами (из перечисленных документов), относящиеся непосредственно к компетенции математического моделирования.

Согласно Концепции, «изучение и преподавание математики, с одной стороны, обеспечивают готовность учащихся к применению математики в других областях, с другой стороны, имеют системообразующую функцию, существенно влияют на интеллектуальную готовность школьников и студентов к обучению, а также на содержание и преподавание других предметов». Среди основных задач развития математического образования в Российской Федерации отмечается необходимость формирования у учащихся прикладных умений, в том числе – использовать математический подход в рассуждении, обосновании, аргументации, планировании, в пространственных построениях, численных оценках.

При этом основная задача педагога-математика состоит в формировании у обучающихся модели соответствующей деятельности, в частности – умения и готовности решать средствами математики практические и прикладные задачи.

Среди трудовых действий, предписанных вновь вводимым профессиональным стандартом указываются:

– «формирование способности к постижению основ математических моделей реального объекта или процесса, готовности к применению моделирования для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств»;

– «формирование у обучающихся умения пользоваться заданной математической моделью, в частности, формулой, геометрической конфигурацией, алгоритмом, оценивать возможный результат моделирования (например – вычисления)».

При этом педагогу-математику необходимо обладание

– знаниями основ математической теории и перспективных направлений развития современной математики, а также теории и методики преподавания математики;

– представлениями о широком спектре приложений математики и знанием доступных обучающимся математических элементов этих приложений;

Таблица 1

Структурные компоненты компетенции/компетентности

Компоненты компетенции/компетентности математического моделирования	Обучающийся: содержание компонента компетенции	Учитель математики: содержание компонента компетентности
1	2	3
Мотивационно-ценностное отношение к математическим знаниям и умению строить математические модели в процессе учебной и практической деятельности	Понимание универсальности математического языка, знакомство со свойством универсальности ряда математических моделей, что способствует росту мотивации математической деятельности.	Осознание важности осваиваемых областей профессиональной деятельности: – исследовательской деятельности (в областях, использующих математические методы и компьютерные технологии); – педагогической (разработка методики решения средствами математики задач естествознания, экономики и др.).
Кругозор	Интерес ко всему происходящему в мире в настоящее время, к истории, к отечественной и зарубежной культуре, литературе, искусству, что неизбежно сопровождается анализом явлений и процессов, сравнительными характеристиками, логическими умозаключениями и т.п. В свою очередь, указанные формы мыслительной деятельности способствуют развитию умений выделять главное и отбрасывать второстепенное, кратко и ясно выражать свои мысли, ставить задачи, получать и четко формулировать выводы, а эти умения успешно «встраиваются» в процессы математического моделирования.	Проявляется в способности использовать основы экономических, правовых, философских и др. знаний в различных сферах жизнедеятельности, а также в деятельности по воспитанию и обучению в интересах каждого обучающегося, общества, государства.
Знания и умения	Знание основ элементарной алгебры, геометрии, математической логики, математического анализа, стохастики. Умения: – актуализировать математические знания применительно к выстраиваемой модели в условиях конкретной ситуации; – умение выстраивать процесс решения задачи (постановка вопроса, нахождение нужной информации для решения задачи, анализ проблемной ситуации, выдвижение гипотезы, выбор алгоритма решения, пошаговое выполнение алгоритма, формулировка выводов); – способность к математизации объектов и процессов (определение данных, условий и границ поиска решений, перевод проблемы на язык математики, применение адекватного математического аппарата); – умение логически мыслить (дедуктивные и индуктивные умозаключения, комбинация логики и интуиции, аргументация выводов и заключений); – коммуникативные умения (чтение, письмо, речь на языке математики, использование математических символов и формул, построение графиков, схем, диаграмм); – умение применять современные информационные технологии.	Знание основ функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и теории случайных процессов, численных методов. Умение применять в теоретических и практических исследованиях понятия, гипотезы, теоремы, методы и математические модели, составляющие содержание фундаментальной и прикладной математики, механики и других естественных наук.

Окончание табл. 1		
1	2	3
Опыт математической деятельности	Данный опыт способствует закреплению умений в форме навыков. На основе опыта, приобретенного в процессе решения учебных задач, возникает и развивается способность к переносу математических знаний и умений на незнакомые ситуации, в том числе, возникающие в практической деятельности.	Данный опыт (в том числе знание постановок классических задач математики) способствует развитию умений корректно ставить естественнонаучные задачи, использовать методы математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач.
Рефлексия	Самооценка деятельности в области математического моделирования, что способствует развитию таких качеств учащегося, как самоконтроль, ответственность, рациональность, самостоятельность.	Самооценка умения выстраивать пошагово процесс моделирования; фиксация успехов и недостатков в работе с обучающимися по решению задач математического моделирования, усиление стимулов к творческому поиску, воссоздание и анализ схем и средств прошлой деятельности (ретроспектива), выявление и корректировка схем и средств будущей деятельности (перспектива)

В числе необходимых должны наличествовать умения:

- направлять действия обучающихся на построение цепочки логических рассуждений (например, при решении задачи) в математических и иных контекстах;

- направлять действия обучающихся при анализе учебных и реальных задач, в которых используются математические инструменты, в том числе при анализе таблиц, графиков, диаграмм, а также идеализированных (задачных) ситуаций, описанных текстом.

В следующей таблице представлены выделяемые нами структурные компоненты компетенции/компетентности в области математического моделирования и содержание компонент, обусловленное требованиями ФГОС общего образования (основное общее и среднее общее образование) к предметной подготовке обучающихся, а также требованиями ФГОС высшего профессионального образования по направлению подготовки 010100 математика (квалификация (степень) «бакалавр»).

Содержательная линия математических моделей в школьном курсе математики

Обладание новыми компетенциями предполагает освоение новых содержательных линий. В частности, компетенция математического моделирования предполагает освоение обучающимся содержательной

линии математических моделей. Данная линия пронизывает весь школьный курс математики. Её особенность состоит в том, что она не предполагает изучение каких либо специальных модулей. Данная линия интегрирована с традиционными содержательными линиями: числа и вычисления, алгебра, функциональная линия, геометрия, начала анализа, элементы стохастики. В рамках каждой содержательной линии на этапе постановки проблемы может быть предложена какая-либо практическая задача, либо задача из смежной предметной области (например, физики).

Отработка навыков решения типовых задач (например, уравнений и неравенств и их систем) может происходить в рамках решений опять-таки прикладных и практических задач. Широкие возможности для такой деятельности предоставляет, например, открытый сегмент банка контрольно-измерительных материалов ГИА (ОГЭ и ЕГЭ).

Содержательная линия математических моделей в школьном курсе математики может быть представлена следующими её компонентами:

- арифметико-алгебраический компонент;
- логико-алгоритмический компонент;
- геометрический компонент;
- аналитический (теоретико-функциональный) компонент;
- стохастический компонент.

Арифметико-алгебраический компонент реализуется, например, в виде традиционных текстовых задач, решаемых «арифметическим способом» (т.е. непосредственным вычислением искомого значения посредством выполнения арифметических действий без записи уравнений) или алгебраическим путём: составление уравнений либо их систем, и их решение с использованием алгебраических преобразований. Важным и актуальным видом таких задач являются задачи финансовой математики. Заметим, что при решении этих же задач реализуется и логико-алгоритмический компонент, а именно, конструируется цепочка логических умозаключений, приводящих к выстраиванию плана решения.

Геометрический компонент реализуется посредством решения задач «прикладной геометрии», представленных, например, в открытом сегменте контрольно-измерительных материалов ОГЭ [12]. Здесь формализация задачи происходит посредством описания геометрического объекта и выявления соответствующих геометрических свойств и следующих из них фактов. Далее следует «внутримодельное» решение и простейшая интерпретация результатов.

Аналитический (теоретико-функциональный) компонент широко представлен задачами на чтение графиков, построение графиков и выявления свойств изучаемых зависимостей, заданиями на нахождение наибольших и наименьших значений величин, задачами оптимизации.

Наконец, стохастический компонент представлен простейшими заданиями на анализ экспериментальных данных (анализ эмпирических распределений) и вычисления вероятностей случайных событий на основе подходящей модели вероятности (классической, статистической, геометрической).

Изучение «реальной математики», по нашему мнению, не усугубит проблему дефицита учебного времени, если традиционные, «формально-математические» (и, порою, однотипные) задачи в значительной степени заменить прикладными или практико-ориентированными задачами на ту же (изучаемую в данный момент) тему, причём на всех этапах ее освоения: при постановке проблемы, приводящей к тем или иным понятиям и фактам, затем – на этапе отработки умений и закреплении навыков, и, наконец, на этапе контроля. Так, например, при изучении кусочно-линейных функций (а, вместе с этим, и при формировании первичных представлений о непрерывности и точках разрыва) может быть предложена следующая задача.

В стране N установлена следующая система налогообложения: годовая прибыль

в размере до 1000 у.е. налогом не облагается; первые 1000-5000 у.е. чистой прибыли облагаются фиксированным налогом в 100 у.е., а суммы, полученные сверх 5000 у.е., облагаются по ставке 15%.

1. Какую сумму налога должен уплатить предприниматель, получивший 5000 у.е.; 50000 у.е.?

2. Получите аналитическое выражение функции $y = f(x)$, где x – размер чистой прибыли.

3. Постройте график функции $y = f(x)$. Каковы ее область определения и множество значений? Является ли функция непрерывной?

К проблеме развития компетентности педагогов-математиков в области математического моделирования

При рассмотрении проблемы развития компетентности педагогов в области математического моделирования следует отметить, что объём соответствующих знаний и умений должен быть существенно расширен в сравнении с теми, что приобретает обучающийся при освоении линии моделей.

Так, владение арифметико-алгебраическим компонентом означает, что учитель обладает знанием оснований арифметики, алгебраических структур, теории многочленов и др., а также имеет представление об областях их применения в современной науке и практике.

Владение логико-алгоритмическим компонентом предполагает знание алгебры и исчисления высказываний, логики предикатов, основ теории алгоритмов, а также представление о нечеткой логике и областях её применения. Помимо знаний и необходимых умений в области решения типовых задач, учитель должен владеть средствами применения этих знаний и умений в логико-математической практике, а именно, владеть:

– навыками формулирования необходимых и достаточных условий, навыками формулирования обратных и противоположных утверждений к известным теоремам (речь идет о следовании предикатов, операциях отрицания предикатов);

– логическими операциями над предикатами;

– понятиями следования и равносильности предикатов, и, в частности, навыками равносильных переходов в уравнениях и неравенствах.

Чрезвычайно важен здесь и методический аспект: убедительное объяснение учащимся отличий уравнения-следствия от равносильного уравнения, системы неравенств от их совокупности и др.

Таблица 2

Нахождение нормального вектора плоскости

Вид плоскости	Уравнение плоскости	Нормальный вектор
1. Плоскость, параллельная координатной плоскости (или совпадающая с ней)	Плоскость, параллельная XOY (либо совпадающая с ней): $z = a$ ($z = 0$)	$\vec{n} = \vec{k}$, т.е. $n \{0, 0, 1\}$
	Плоскость, параллельная XOZ (либо совпадающая с ней): $y = a$ ($y = 0$)	$\vec{n} = \vec{j}$, т.е. $\vec{n} \{0, 1, 0\}$
	Плоскость, параллельная YOZ (либо совпадающая с ней): $x = a$ ($x = 0$)	$\vec{n} = \vec{i}$, т.е. $\vec{n} \{1, 0, 0\}$
2. Плоскость, проходящая через начало координат (отличная от координатных плоскостей)	$Ax + By + Cz = 0$ (коэффициенты A, B, C определяются по трём различным точкам плоскости, отличным от начала координат)	$\vec{n} \{A, B, C\}$
3. Плоскость, не проходящая через начало координат	$Ax + By + Cz = 1$ (коэффициенты A, B, C определяются по трём различным точкам плоскости)	$\vec{n} \{A, B, C\}$
	В частности, плоскость $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$, отсекающая на каждой из трёх координатных осей невырожденные отрезки величины a, b, c .	$\vec{n} \left\{ \frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c} \right\}$

Владение геометрическим компонентом предполагает наличие знаний и умений в области аналитической геометрии, что важно в процессах «внутрипредметного» моделирования. В частности, речь идет о решении задач стереометрии повышенной сложности векторно-координатным способом. Так, например, векторно-координатный метод может быть применен к следующей задаче.

В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точки E и F – середины ребер, соответственно, $A_1 B_1$ и $A_1 D_1$. Найдите тангенс угла между плоскостями AEF и BDD_1 .

В вопросах объема изучаемого со школьниками соответствующего материала необходимо соблюдать «разумную меру», чтобы не дублировать вузовский курс аналитической геометрии (такое дублирование приводит к неоправданным затратам времени и усилий обучающихся).

Остановимся на методическом аспекте. В вышеприведённом задании, как и в ряде других, основную трудность представляет нахождение нормального вектора плоскости. Поскольку в школьном курсе не изучаются векторное и смешанное произведения векторов, требуется элементарный путь нахождения такого вектора. Метод, предлагаемый в традиционных школьных учебниках, нам представляется «непрозрачным» и, обычно, вызывает затруднения обучающихся ввиду использования в уравнениях «свободной» переменной. Альтернативным может служить предлага-

емый нами метод, основанный на «селекции» видов плоскостей.

В системе знаний и умений педагога-математика овладение аналитическим (теоретико-функциональным) компонентом компетентности в области математического моделирования, предполагает, что наряду с дифференциальным и интегральным исчислением функций одной переменной учитель владеет знаниями и умениями в области:

- дифференциального исчисления функций нескольких переменных и его применения в векторном анализе;
- интегрального исчисления функций нескольких переменных (кратные интегралы и их применение в геометрии и механике);
- криволинейных интегралов по длине дуги и координатам и их применения, соответственно, при вычислении масс линий и работы заданной силы;
- дифференциальных уравнений и их применения в задачах физики, экономики и др.;
- гармонического анализа, и, в частности, применения рядов Фурье в моделировании процессов колебаний, теплопроводности, диффузии.

Наиболее приближен к практике стохастический компонент компетентности в области математического моделирования. Запас знаний и умений педагога-математика не должен исчерпываться простейшими теоремами о вероятностях случайных событий и умениями вычислять такие вероят-

ности, а также решать простейшие задачи на анализ статистических данных. Необходимо понимание того факта, что действия над событиями служат одной из возможных интерпретаций операций над элементами булевых алгебр ([3]), что, в свою очередь, позволяет правильно выстроить формулу для подсчета искомой вероятности ([4],[8]). Важно также владение теорией случайных величин и осознание глубокой связи случайных событий со случайными величинами. В частности, необходимо уметь моделировать данное распределение случайной величины в виде ряда или функции (плотности) распределения, визуализировать распределение (строить многоугольники распределения, кривые распределения), находить числовые характеристики (среднее значение, дисперсию) и др. ([7]). Владение стандартными распределениями (равномерное, биномиальное, пуассоновское, показательное, нормальное), наиболее часто встречающимися на практике, позволит педагогу осознать (и поделиться соответствующей информацией с обучающимися) возможности практического использования фундаментальных законов стохастики: закона больших чисел и центральной предельной теоремы. В свою очередь, такое осознание способствует пониманию вероятностного смысла числовых характеристик эмпирических распределений и их графических интерпретаций (полигон, гистограмма).

Наконец, учителю математики необходимо владеть хотя бы в общих чертах, основами корреляционного и регрессионного анализа. В целом, знание всех перечисленных аспектов вероятностно-статистической теории позволяют учителю (а вместе с ним и обучающимся) получить представление о математических методах прогнозирования поведения недетерминированных моделей и принятия оптимальных управленческих решений в ситуациях неопределенности.

Вопросы содержания программы повышения квалификации по направлению «Линия математических моделей»

1. Научно-практические подходы к реализации Концепции развития математического образования.

Цели математического образования. Возможные меры по стимулированию социального заказа «снизу» на математическое образование, усилению мотивации к математической деятельности. Сочетание лучших традиций отечественного математического образования и современных образовательных инноваций как концептуальная основа совершенствования математическо-

го образования. Уровневая модель системы мероприятий по реализации Концепции в регионе. Совершенствование кадрового потенциала. Роль системы повышения квалификации в реализации Концепции.

2. Формирование мотивации учения на основе построения математических моделей реальных событий.

Математические модели как средство мотивации математической деятельности. Понятие модели на интуитивном уровне. Математическое моделирование: концепция и этапы. Детерминированные и стохастические модели. Свойство универсальности математических моделей.

Мастер-класс. Участникам мастер-класса предлагается рассмотреть основные приемы по формированию мотивации учения на основе построения математических моделей реальных событий, выявить основные типы соответствующих задач школьного курса. Материал рассматривается на примере урочной и внеурочной деятельности.

3. Методика подготовки обучающихся к сдаче ГИА по математике (задачи реальной математики).

3.1. Текстовые задачи и систематизация методов их решения.

Мастер-класс. В ходе мастер-класса рассматриваются основные проблемы, возникающие у обучающихся в процессе решения текстовых задач. Выделяются этапы решения задач, рассматривается их типология и методы их решения. Слушателям предлагается пройти тестирование на определение типа задачи и решить задачи, которые наиболее часто вызывают затруднения у обучающихся.

3.2. Особенности решения задач оптимизации и «финансовой математики».

Мастер-класс. В ходе мастер-класса рассматриваются подходы к решению задач финансовой математики (от простейших задач до задач высокого уровня сложности) и методы «максимизации» и «минимизации».

3.3. Векторно-координатный метод при решении задач стереометрии.

Тренинг по решению задач. В ходе тренинга рассматривается следующая тематика:

– приёмы составления уравнений плоскости;

– задачи по теме «Угол между прямыми в пространстве»;

– задачи по теме «Угол между прямой и плоскостью»;

– задачи по теме «Угол между плоскостями»;

– задачи по теме «Расстояние от точки до прямой»;

– задачи по теме «Расстояние от точки до плоскости».

4. Содержательные приоритеты и организационные формы различных направлений внеурочной деятельности по математике.

Цель и задачи внеурочной деятельности. Формы внеурочной работы по математике. Формы работы с высокомотивированными обучающимися. Создание системы элективных курсов в образовательной организации. Профессионально-личностная квалификация педагогов для работы с высокомотивированными обучающимися.

5. Сетевой круглый стол.

5.1. Обобщенный анализ успешности выполнения практических заданий, предлагавшихся слушателям в рамках курсов, с разбором типичных ошибок и рекомендациями по их предупреждению в образовательной деятельности.

5.2. Анализ результатов проектирования содержания линии математических моделей.

Выводы

1. Формирование компетенции математического моделирования компетенции у обучающихся неразрывно связано с развитием соответствующих предметных знаний и методических умений учителя математики.

2. В контексте современной образовательной парадигмы необходимо развитие компетентности педагога-математика в области математического моделирования; введено понятие такой компетентности.

3. На основе положений основных нормативных документов выявлена сравнительная характеристика компонент компетенции/компетентности математического моделирования у обучающихся и педагогов.

4. Представлено содержательное наполнение линии математических моделей, при изучении которой формируется компетенция математического моделирования у учащегося / реализуется соответствующая компетентность у педагога. Предложены некоторые практические рекомендации. Предложены также вопросы содержания программы повышения квалификации учителей математики по направлению «Линия математических моделей».

Список литературы

1. Концепция развития российского математического образования [Электронный ресурс]. – Режим доступа: www.math.ru/conc/vers/conc-3003.htm (дата обращения: 16.01.2017).

2. Лебедева И.П. Математическое моделирование в формировании исследовательской компетенции будущих учителей математики // Педагогическое образование и наука. – 2010. – № 2. – С. 76-78.

3. Нахман А.Д. Булевы алгебры как основа для изучения математической логики, теории множеств, теории вероятностей // Вестник ТГТУ. – 2005. – Т. 11, № 1Б. – С. 246-253.

4. Нахман А.Д. Задачи на вычисление вероятности события // Математика в школе. – 2011. – № 1. – С. 34-41.

5. Нахман А.Д. Концепция математического моделирования в содержании математического образования: монография / А.Д. Нахман. – Тамбов: ТОГОАУ ДПО «Институт повышения квалификации», 2015. – 121 с.

6. Нахман А.Д. Основные аспекты обучения математическому моделированию в системе «школа-вуз» // Научное обозрение. Педагогические науки. – 2016. – № 6. – С. 41-56.

7. Нахман А.Д. Случайные величины: учебное пособие // Инновации в образовании. – 2016. – № 2. Режим доступа: URL: <http://innovations.esrae.ru/6-16> (дата обращения: 18.01.2017).

8. Нахман А.Д. Технологические приемы решения вероятностных задач // Современные проблемы науки и образования. – 2013. – № 3. – Режим доступа: URL: <https://www.science-education.ru/ru/article/view?id=9613> (дата обращения: 16.01.2017).

9. Нахман А.Д. Формирование компетенции математического моделирования в условиях реализации концепции развития математического образования // Международный журнал экспериментального образования. – 2016. – № 2-2. – С. 282-286.

10. Нахман А.Д., Иванова И.Ю. Преподавание математики в условиях реализации федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования: учебно-методический комплект по элементам математического анализа. – Тамбов: ТОГОАУ ДПО «Институт повышения квалификации работников образования», 2012. – 115 с.

11. Нахман А.Д., Иванова И.Ю., Селянская Т.В. Формирование компетенции в области математического моделирования в системе «школа-вуз» / Вопросы современной науки и практики. Университет им. В.И. Вернадского. № 3(61). – 2016. – С. 104-111.

12. Открытый банк заданий ОГЭ. [Электронный ресурс] / Федеральное агентство по образованию. – Режим доступа: <http://fipi.ru/content/otkrytyy-bank-zadaniy-oge> (дата обращения: 16.01.17).

13. Профессиональный стандарт педагога [Электронный ресурс] / Утвержден приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 18 октября 2013 г. № 544н. Режим доступа: http://admoblkaluga.ru/upload/minobr/news/11/PS_pedagog.pdf (дата обращения: 16.01.17).

14. Серебрякова И.В. Современные задачи менеджмента в области математического моделирования // Вестник ЮУрГУ. Серия «Образование. Педагогические науки», 2013. – Т. 5, № 2. – 2013. – С. 98-104.

15. Федеральные Государственные Образовательные Стандарты [Электронный ресурс] / Режим доступа: минобрнауки.рф/документы/336 (дата обращения: 01.09.16).

16. Хуторской А.В. Технология проектирования ключевых и предметных компетенций [Электронный ресурс] // Интернет-журнал «Эйдос», 2005. – 12 декабря. – Режим доступа: <http://www.eidos.ru/journal/2005/1212.htm> (дата обращения: 16.01.17).